ТОПОЛОГИЯ ГРАНИЦЫ $B = 0$ И ПОЛНАЯ ТЕОРЕМА О СИНГУЛЯРНОСТИ В ODTOE

(B-Zero Boundary Topology and the Full ODTOE Singularity Theorem)

Закрытие открытого маркера C.T3 §VII.5: трихотомия $\partial_B \mathcal{C}$, критерий конечного аффинного параметра Φ-итерации, формальное определение захваченной ODTOE-конфигурации, аналог теоремы Хокинга – Пенроуза

Панкратов Антон Сергеевич
Pankratov Anton Sergeevich
Независимый исследователь, г. Казань, Россия
E-mail: anton.s.pankratov@gmail.com
ORCID: 0009-0002-4870-2995

УДК 530.12 + 514.764.2 + 515.122 + 530.145

АННОТАЦИЯ

В настоящей работе закрывается маркер *[OPEN: B-zero boundary topology]* статьи C [18] §VII.5: формализуется топологическая структура границы $\partial_B \mathcal{C}$ конфигурационного пространства $\mathcal{C}$ при $B \to 0$, выводится критерий терминации Φ-итерационной последовательности за конечный аффинный параметр (теорема E.T2), даётся формальное определение захваченной ODTOE-конфигурации через причинный конус J^+_O статьи [15] §VI (определение E.D1), и доказывается полная теорема ODTOE-сингулярности E.T1 — структурный аналог теоремы Хокинга – Пенроуза [6]. Доказательство строится в пять анти-циркулярных шагов: (1) ODTOE-аналог неравенства Раячудхари для Φ-итерации (E.L1); (2) фокусировка вдоль изотропных направлений из ODTOE-энергетического условия [18] §VII.1 (E.L2); (3) конечно-параметрическая фокусировка из захваченной конфигурации (E.L3); (4) поведение Φ-итерации в окрестности $\partial_B \mathcal{C}$ из топологической трихотомии (E.L4); (5) Φ-итерационная неполнота как обнуление причинного будущего J^+_O. Топологическая трихотомия $\partial_B \mathcal{C}$ разбирается тремя независимыми диагностическими шагами; представительные сценарии (A замкнуто-регулярный, B Пенроуз-конформный, C стратифицированный) демонстрируются на динамике уравнения $dB/dt = \Delta_{\text{in}} - \Delta_{\text{out}} + \Xi B(1-B)$ из [20] (3.2). Сравнение с классическими результатами Penrose 1965 [1], Hawking 1966–67 I/II/III [2, 3, 4], Geroch 1968 [5], Hawking-Penrose 1970 [6] и обзора Senovilla 1998 [10] показывает, что E.T1 удовлетворяет таксономии теорем о сингулярностях [10]: ODTOE-энергетическое условие принадлежит классу слабых энергетических условий (WEC), захваченная ODTOE-конфигурация — структурный аналог замкнутой захваченной поверхности [1], и заключение о Φ-итерационной неполноте — ODTOE-аналог геодезической неполноты [5]. Работа усиливает теорему C.T3 [18] §VII.4 от эскиза до полного доказательства; маркер C.T3 (status: HYPOTHESIS) [18] (7.3) переводится в статус THEOREM в рамках корпуса.

Фиксируются семь символов E.T1, E.T2, E.D1, E.L1, E.L2, E.L3, E.L4 и двенадцать формул E.F1 – E.F12 для последующих работ.

Ключевые слова: ODTOE, теорема о сингулярностях, граница $B = 0$, конформная компактификация, Φ-итерация, аналог Раячудхари, захваченная конфигурация, J_O^+, аффинный параметр, Хокинг – Пенроуз, топологическая трихотомия, аттрактор Fix(Φ), Геро-неполнота, ODTOE-энергетическое условие

ABSTRACT

This paper closes the *[OPEN: B-zero boundary topology]* marker of Article C [18] §VII.5: it formalizes the topological structure of the boundary $\partial_B\mathcal{C}$ of the configuration space $\mathcal{C}$ at $B \to 0$, derives the criterion of finite-affine-parameter termination of the Φ-iteration sequence (Theorem E.T2), gives a formal definition of a trapped ODTOE-configuration via the causal cone J_O^+ of [15] §VI (Definition E.D1), and proves the full ODTOE singularity theorem E.T1 as a structural analog of the Hawking–Penrose theorem [6]. The proof is built in five anti-circular steps: (1) the ODTOE analog of the Raychaudhuri inequality for Φ-iteration (Lemma E.L1); (2) focusing along null directions from the ODTOE energy condition [18] §VII.1 (Lemma E.L2); (3) finite-parameter focusing from a trapped configuration (Lemma E.L3); (4) behavior of Φ-iteration near $\partial_B\mathcal{C}$ from the topological trichotomy (Lemma E.L4); (5) Φ-iteration incompleteness as the vanishing of the causal future J_O^+. The topological trichotomy of $\partial_B\mathcal{C}$ is analyzed via three independent diagnostic steps; representative scenarios (A closed-regular, B Penrose-conformal, C stratified) are illustrated using the dynamics of $dB/dt = \Delta_{\text{in}} - \Delta_{\text{out}} + \Xi B(1-B)$ from [20] (3.2). Comparison with the classical results of Penrose 1965 [1], Hawking 1966–67 I/II/III [2, 3, 4], Geroch 1968 [5], Hawking-Penrose 1970 [6], and the Senovilla 1998 review [10] shows that E.T1 fits the standard taxonomy of singularity theorems [10]: the ODTOE energy condition belongs to the weak energy condition (WEC) class, the trapped ODTOE-configuration is a structural analog of a closed trapped surface [1], and the conclusion of Φ-iteration incompleteness is the ODTOE analog of geodesic incompleteness [5]. The work upgrades Theorem C.T3 [18] §VII.4 from a sketch to a full proof; the marker C.T3 (status: HYPOTHESIS) of [18] (7.3) is promoted to status THEOREM within the corpus. Seven symbols E.T1, E.T2, E.D1, E.L1, E.L2, E.L3, E.L4 and twelve formulas E.F1–E.F12 are fixed for subsequent works.

Keywords: ODTOE, singularity theorem, B-zero boundary, conformal compactification, Φ-iteration, Raychaudhuri analog, trapped configuration, J_O^+, affine parameter, Hawking–Penrose, topological trichotomy, Fix(Φ) attractor, Geroch incompleteness, ODTOE energy condition

I. ВВЕДЕНИЕ

Классическая теорема Пенроуза 1965 [1] установила, что в общей теории относительности существование замкнутой захваченной поверхности $\mathcal{T}$

при выполнении условия энергии и глобальной гиперболичности влечёт геодезическую неполноту: существует изотропная геодезическая, исходящая из $\mathcal{T}$, которую невозможно продолжить за конечный аффинный параметр. Унифицированная теорема Хокинга – Пенроуза 1970 [6] объединила результаты ранней серии Хокинга 1966–67 I/II/III [2, 3, 4] и теорему Пенроуза в единое утверждение о сингулярностях гравитационного коллапса и космологии. Современный обзор [10] (Senovilla 1998) систематизирует таксономию: гипотезы о (а) типе энергетического условия (слабое WEC, нулевое NEC, сильное SEC, доминантное DEC), (б) топологическом маркере (захваченная поверхность, поверхность Коши, фокусирующая поверхность), (в) глобальной структуре (глобальная гиперболичность, отсутствие замкнутых временеподобных кривых).

В ODTOE-корпусе теорема C.T3 [18] §VII.4 представлена как эскиз ODTOE-аналога теоремы Хокинга – Пенроуза. Эскиз использует три гипотезы: (i) ODTOE-энергетическое условие (выводимое из L8 [17] §VII через положительность $B^2(1-\sigma)\Lambda \geq 0$ и идемпотентность SYNC-проектора $P_{O,\mathrm{SYNC}}$), (ii) аналог захваченной поверхности через причинный конус J_O^+ из [15] §VI, (iii) условие онтологического коллапса $B \to 0$ из [20] §VII.3. В §VII.5 статья [18] явно фиксирует три открытых маркера, препятствующих переходу от эскиза к полному доказательству: (1) точная формулировка ODTOE-аналога уравнения Раячудхари; (2) топологическая теория предела $B \to 0$ как граничной точки Ф-итерации; (3) совместимость Ф-итерационной последовательности конечного аффинного параметра с гладкостью метрики g на $M^4 \setminus \{C_N\}$. В качестве условной оговорки автор [18] вводит формулу C.T3 (status: HYPOTHESIS) $\implies$ *дополнительная статья по топологии граничного слоя* (формула (7.3) статьи [18]).

Цель настоящей работы. Закрыть открытый маркер *[OPEN: B-zero boundary topology]* статьи C [18] §VII.5 и перевести статус C.T3 из HYPOTHESIS в THEOREM в рамках ODTOE-корпуса. Это означает: (1) формализовать топологическую структуру границы $\partial_B\mathcal{C}$ конфигурационного пространства $\mathcal{C}$ при $B \to 0$ (§III); (2) дать критерий терминации Ф-итерации за конечный аффинный параметр (§IV, теорема E.T2); (3) дать формальное определение захваченной ODTOE-конфигурации через J_O^+ (§V, определение E.D1); (4) сформулировать ODTOE-аналог уравнения Раячудхари для Ф-итерации (§VI, лемма E.L1); (5) повторить ODTOE-энергетическое условие из C §VII.1 (§VII); (6) сформулировать полную теорему сингулярности E.T1 (§VIII); (7) доказать E.T1 в пять шагов с явным анти-циркулярным аудитом (§IX); (8) обсудить аналог геодезической неполноты в смысле Геро [5] (§X); (9) сравнить E.T1 с классическим Хокинг – Пенроуз (§XI); (10) обсудить открытые вопросы и перспективы (§XII).

Ограничения работы. Топологическая трихотомия §III (Опции A/B/C) разбирается в духе *честной декларации границ* (L-23): если все три опции совместимы с ODTOE-формализмом в его текущем состоянии, работа представляет трихотомию явно с маркером *[OPEN: option selection]*, рекурсивно открывая отдельную задачу о выборе единственной опции для следующей итерации программы. Предварительный анализ (см. §III) указывает: Опция A (замкнуто-регулярная) исключается семантикой коллапса $B \to 0$ при $|dB/d\tau| \to \infty$ за конечный τ [20] (3.2); Опция B (Пенроуз-конформная) и Опция C (стратифицированная) остаются совместимыми, причём Опция C ближе к языку «онтологического коллапса» в [20] §VII.3, а Опция B ближе к языку конформной компактификации Penrose 1979 [8]. Для целей доказательства E.T1 §IX достаточно того структурного признака, который обеспечивается *обеими* опциями (компактность замыкания J^+_O-причинного будущего на $\partial_B\mathcal{C}$); конкретный выбор Опции B vs Опция C не влияет на заключение теоремы. Это и есть причина, по которой полное доказательство возможно *до* разрешения трихотомии.

Эпистемический статус. Работа выводит: (i) определение E.D1 — формальную захваченную ODTOE-конфигурацию через J^+_O из [15] §VI; (ii) теорему E.T2 — критерий конечного аффинного параметра Φ-итерации, основанный на критическом параметре λ_{crit} и уточнённом параметре коллапса τ^* из [20] (7.1); (iii) теорему E.T1 — полную ODTOE-теорему сингулярности с пятиступенчатым доказательством и явным анти-циркулярным аудитом; (iv) трихотомию §III как структурный анализ $\partial_B\mathcal{C}$. Анти-циркулярный аудит явно показан в §IX: каждый шаг доказательства E.T1 использует только входы из §II, §III, §VI и стандартного аппарата Раячудхари [7, 9]; нигде не используется сама E.T1.

II. ВХОДНЫЕ КОНТРАКТЫ ИЗ A, B, C, D, dynamic_attractor

II.1. Перечисление инвариантов

Ниже фиксируются *замороженные входы* (frozen inputs), на которые опирается доказательство E.T1. Каждый вход цитируется по слугу и параграфу источника; ни один из них не модифицируется в настоящей работе. Эта декларация инвариантов следует протоколу замораживания контрактов BL-9, обеспечивая воспроизводимость и анти-циркулярную чистоту.

Калибровочная фиксация G-программы. До перечисления покомпонентных входов A/B/C/D/dynamic_attractor необходимо явно зафиксировать калибровку S^* структурной гипотезы $C = B^2$, на которой базируется вся ODTOE-Эйнштейн программа. В рамках вывода гравитационной постоянной G из первых принципов ODTOE статья [14] фиксирует $S^* \approx 0.169676$ как стационарное значение когерентности на $\mathrm{Fix}(\Phi)$, при котором ODTOE-метрика согласуется с измеренным G в пределах эмпирической точности; эта же калибровка S^* переносится через цепочку A $\to$ B $\to$ C неявно (как параметр нормировки $T_{\mu\nu}$ в [17]) и неявно стоит за E.F1 настоящей работы. В §VII повтор формулы (7.1) [18] §VII.1 опирается на эту фиксацию; нарушение калибровки S^* потребовало бы ревизии E.F1 и, как следствие, переоценки доказательства E.T1. Таким образом, вход [14] не входит в перечень покомпонентных контрактов A/B/C/D/dynamic_attractor, но задаёт калибровочный фон, на котором эти контракты замораживаются.

Из статьи A — `ODTOE_gravity_tensor_structure` *[16]:*

- Тензорная структура $g_{\mu\nu}$, связности ∇_μ, тензора Римана $R^\rho{}_{\sigma\mu\nu}$, тензора Эйнштейна $G_{\mu\nu}$. Кинематический Бианки A.T3: $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$ как свёртка второго тождества Бианки на гладкой псевдоримановой метрике.

- Конфигурационное пространство $\mathcal{C}$ как пространство пар $(g, T) \in \mathcal{M} \times \mathcal{T}$ с g — гладкая псевдориманова метрика, T — гладкий тензор энергии-импульса.

Из статьи B — `ODTOE_gravity_T_munu_projector` *[17]:*

- Тензор энергии-импульса $T_{\mu\nu} = 2B^2(1-\sigma)\Lambda\,(P_{O,\text{SYNC}})_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}B^2(1-\sigma)\Lambda$ (формула F16 [17]).
- Лемма L8: позитивность $B^2(1-\sigma)\Lambda \geq 0$ и идемпотентность $P_{O,\text{SYNC}}$ ([17] §VII).
- Космологическая постоянная Λ как нормированная плотность когерентности в основном состоянии ([17] §II.1, §VIII).

Из статьи C — `ODTOE_einstein_derivation_complete` *[18]:*

- Подпространство $C_{\text{contr}} \subset \mathcal{M} \times \mathcal{T}$ контрактивных пар ([18] §VI.2): гладкость, глобальная гиперболичность, ODTOE-энергетическое условие, Φ-инвариантность, причинная согласованность.
- Отображение $\Phi_C = \iota \circ \hat{O} : C_{\text{contr}} \to C_{\text{contr}}$ — каноническая проекция наблюдения, индуцированная композицией оператора наблюдения $\hat{O}$ (источник $\to$ источник'') и обращающего вложения ι ($T \to g$, единственное с точностью до Diff [18]).
- Теорема C.T1 (Φ-самосогласованность): $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu} \iff \Phi_C(g, T) = (g, T)$ ([18] §VI.3, формула C.F11).
- Лемма ODTOE-энергетического условия [18] §VII.1, формула (7.1):

$$T_{\mu\nu}u^\mu u^\nu \geq 0 \qquad \forall\, u^\mu \text{ временеподобного: } g_{\mu\nu}u^\mu u^\nu < 0 \tag{E.F1}$$

- Определение ловушечной ODTOE-конфигурации (*эскиз*, [18] §VII.2): $C_* \in \mathcal{C}$ такое, что $\theta(\hat{n}) < 0$ для всех нулевых $\hat{n} \in T_{C_*}M^4$. Настоящая работа в §V уточняет это определение (E.D1) через явное требование компактного замыкания $J_O^+(C_*)$ на $\partial_B\mathcal{C}$.
- Формулировка C.T3 ([18] §VII.3, формула C.F14): $\exists\{C_n\}_{n=0}^N : \sum_{n=0}^N \Delta\tau_n < \infty$, $C_N \in \text{Fix}(\Phi)$, $J_O^+(C_N) = \emptyset$. Маркер (status: HYPOTHESIS) формула (7.3) [18]; настоящая работа переводит его в THEOREM.
- Эскиз доказательства [18] §VII.4: 5 шагов, в которых четвёртый и пятый используют [20] §VII.3 для онтологического коллапса. Шаг 5 эскиза опирается на «$\hat{O} = 0$ в C_N, откуда $J_O^+(C_N) = \emptyset$ по определению причинной структуры [15] §III»; настоящая работа в §IX строго доказывает этот шаг через E.L4.
- Маркеры открытости *[OPEN: B-zero boundary topology]* (строки 540, 545, 554 источника [18]).

Из статьи D — `ODTOE_gravity_causal_structure` [15]:

- Причинный конус $J_O^+(C)$ для конфигурации $C \in \mathcal{C}$ ([15] §VI). $C \preceq_O C'$ означает: существует Φ-итерационная последовательность $\{C_k\}_{k=0}^N$ с $C_0 = C$, $C_N = C'$, такая что для каждого k переход $C_k \to C_{k+1}$ согласован с SYNC-проектором $P_{O,\text{SYNC}}$.
- Глобально гиперболическая структура [15] §III: существование поверхности Коши Σ_C, такой что любая причинная кривая $\preceq_O$ пересекает Σ_C ровно один раз.

Из `ODTOE_dynamic_attractor` [20]:

- Уравнение динамики B [20] (3.2):

$$\frac{dB_i}{dt} = \Delta_{\text{in}}(O_i, t) - \Delta_{\text{out}}(O_i, t) + \Xi(O_i, \text{env}) \cdot B_i(1 - B_i) \tag{E.F2}$$

- Аттрактор $\text{Fix}(\Phi)$ как банахова неподвижная точка [20] §IV.1.
- Условие онтологического коллапса [20] §VII.3, формула (7.1):

$$\big[\, B(\tau) \to 0 \,\wedge\, \tau < \tau_{\text{crit}} \,\big] \implies \hat{O} \to 0 \,\wedge\, \Psi \to \Psi_{\text{bare}} \tag{E.F3}$$

- Топология бассейна аттрактора [20] §IV.4: открытое и ограниченное подмножество $\mathcal{C}$, дополнение которого имеет меру нуль (используется в §III для теста Опции B vs Опция C).

Контракт. Все перечисленные входы — *read-only*; настоящая работа не модифицирует исходные файлы статьи A, B, C, D, dynamic_attractor. Маркер *[OPEN: B-zero boundary topology]* в [18] §VII.5 закрывается *логически*: настоящая статья E поставляет недостающую топологическую теорию, которая делает эскиз [18] §VII.4 полным доказательством. Физическое снятие маркера в файле [18] — отдельная задача (см. §XII, открытый вопрос O1).

II.2. Контракт на новые символы и формулы

В дополнение к замороженным входам §II.1 настоящая работа вводит:

- $\partial_B \mathcal{C}$ — стратум границы $\mathcal{C}$ при $B \to 0$ (§III).
- θ_Φ — скаляр расширения Φ-итерации (§VI), *не путать* с углом Керра θ из [18] §IX.
- Σ_K — функция Керра $\Sigma = r^2 + a^2 \cos^2\theta$ из [18] §IX (используется только для дисамбигуации с Σ_C).
- Σ_C — поверхность Коши [15] §III (см. §II.1).

- λ_{crit} — критический аффинный параметр Φ-итерации (§IV, теорема E.T2).
- τ^* — уточнённый параметр коллапса, определяемый из [20] (7.1) (§IV).
- Ω — кандидат на конформный фактор (§III, тест Опции B).
- $\overline{\mathcal{C}}$ — топологическое замыкание $\mathcal{C}$ (§III).
- Теоремы / Леммы / Определения: E.T1, E.T2, E.D1, E.L1, E.L2, E.L3, E.L4 (всего 7 фиксированных символов).
- Формулы: E.F1 — E.F12 (всего 12 пронумерованных формул, см. таблицу 1 в §IV).

Аудит коллизий. Проверены против всех замороженных входов: $\partial_B\mathcal{C}$, θ_Φ, Σ_K, Σ_C, λ_{crit}, τ^*, Ω, $\overline{\mathcal{C}}$ — ни один из символов не появляется как фиксированный объект в [14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22]. Семейство E.T1—E.L4 / E.F1—E.F12 находится в неприступном символьном пространстве E (теоремы C-серии в [18] заняты C.T1/C.T2/C.T3, A-серии в [16] — A.T1/A.T2/A.T3 и т.д.; пересечения отсутствуют).

III. ТОПОЛОГИЯ ГРАНИЦЫ $B = 0$

III.1. Постановка задачи: что значит $\partial_B\mathcal{C}$

Конфигурационное пространство $\mathcal{C}$ из §II.1 параметризовано парами $(g, T) \in \mathcal{M} \times \mathcal{T}$ и снабжено B-функционалом $B : \mathcal{C} \to [0, 1]$, определённым через $\hat{O}$ и комбинацию $B^2(1 - \sigma)\Lambda$ [17] §VII. Для каждого фиксированного наблюдателя O функционал $B(O, C)$ имеет область определения $\mathcal{C}_O = \{C \in \mathcal{C} : B(O, C) > 0\}$ (только конфигурации, доступные для O). Граница $\partial_B\mathcal{C}_O$ есть множество предельных точек $C \in \overline{\mathcal{C}}$, для которых $B(O, C) = 0$ и существует последовательность $\{C_k\} \subset \mathcal{C}_O$ с $C_k \to C$ и $B(O, C_k) \to 0$.

Структура $\partial_B\mathcal{C}$. Глобально (по всем O) определим:

$$\partial_B\mathcal{C} := \overline{\mathcal{C}} \setminus \mathcal{C} = \{C \in \overline{\mathcal{C}} : \exists\{C_k\} \subset \mathcal{C} \text{ с } C_k \to C, B(C_k) \to 0\} \tag{E.F4}$$

По [11] §2.17 (определение предельной точки в общей топологии), $\partial_B\mathcal{C}$ есть подмножество замыкания $\overline{\mathcal{C}}$, состоящее из точек, не входящих в открытое ядро $\mathcal{C}$, но являющихся предельными для некоторой последовательности из $\mathcal{C}$ с $B \to 0$. Эта общая конструкция требует уточнения: какова *геометрическая* структура $\partial_B\mathcal{C}$ — это гладкое подмногообразие (с краем), стратифицированное множество, или конформная граница в смысле [8]?

III.2. Трихотомия: три кандидата на $\partial_B\mathcal{C}$

Текущий анализ выделяет три кандидата на топологическую структуру $\partial_B\mathcal{C}$:

Опция A — замкнуто-регулярная граница. $\partial_B \mathcal{C}$ есть гладкое подмногообразие коразмерности 1 в $\overline{\mathcal{C}}$, к которому метрика g продолжается гладко. Это аналог замкнутого края в смысле [12] Ch. 16 (многообразие с краем).

Опция B — Пенроуз-конформная граница. $\partial_B \mathcal{C}$ есть конформная граница $\mathcal{I}$ (*scri*, в смысле Penrose 1979 [8]): существует конформный фактор $\Omega : \overline{\mathcal{C}} \to [0, +\infty)$, такой что $\Omega = 0$ на $\partial_B \mathcal{C}$, $\Omega > 0$ на $\mathcal{C}$, и конформно преобразованная метрика $\Omega^2 \cdot g_C$ продолжается гладко на $\overline{\mathcal{C}}$ (где g_C — индуцированная метрика на $\mathcal{C}$).

Опция C — стратифицированная граница. $\partial_B \mathcal{C}$ есть дизъюнктное объединение страт $\partial_B \mathcal{C} = \sqcup_k S_k$ различных коразмерностей; каждая страта S_k — гладкое подмногообразие, но переходы между ними имеют негладкие особенности (углы, ребра, конические точки). Это близко к конструкции Lee [12] Ch. 16 (многообразие с углами) для стратифицированных многообразий.

III.3. Диагностический трёхшаговый протокол

Для диагностики применим детерминированный трёхшаговый протокол:

Шаг 1 (исключение Опции A). Анализ предельного поведения $B(\tau) \to 0$ из уравнения (E.F2) при $\Delta_{\text{out}} > \Delta_{\text{in}}$.

Подставляя в (E.F2) и интегрируя в режиме $\Delta_{\text{out}} - \Delta_{\text{in}} = \delta > 0$, $\Xi B(1 - B) \to 0$ при $B \to 0$, получаем асимптотику $dB/dt \to -\delta < 0$ (линейная асимптотическая скорость). Однако в физически интересном режиме коллапса (где $\Xi B(1-B)$ доминирует на $B \in (0.1, 0.9)$ и затем выпадает) производная $dB/d\tau$ испытывает сингулярное усиление вблизи $B \to 0$ через эффект диссипации Δ_{out}. Точнее: если Δ_{out} растёт быстрее линейно по обратному параметру декогеренции (стандартный сценарий в [20] §VII.3), то $|dB/d\tau| \to \infty$ при $B \to 0$ за конечный τ.

Заключение Шаг 1. В режиме $|dB/d\tau| \to \infty$ при $B \to 0$ за конечный τ *Опция A исключается*: гладкое продолжение метрики на гладкое подмногообразие коразмерности 1 несовместимо с сингулярностью производной B-функционала. Это наблюдение согласуется с языком *онтологического коллапса* в [20] §VII.3: коллапс не есть гладкое стирание структуры, а сингулярный переход.

Шаг 2 (тест Опции B — существование конформного фактора). Полагаем $\Omega = B^k$ для некоторой степени $k > 0$ и проверяем, существует ли k, при котором $\Omega^2 \cdot g_C$ продолжается гладко на $\overline{\mathcal{C}}$.

Геометрически: если g_C имеет тип особенности «полюс» порядка p в $B \to 0$ (т.е. компоненты метрики ведут себя как B^{-p}), то выбор $k = p/2$ даёт $\Omega^2 \cdot g_C \sim B^p \cdot B^{-p} = 1$ — гладкое продолжение. Если особенность не однородна (разные компоненты имеют разные порядки p_μ), единое k не работает.

В ODTOE из формулы $T_{\mu\nu} = 2B^2(1 - \sigma)\Lambda P_{\text{SYNC}} - g_{\mu\nu}B^2(1 - \sigma)\Lambda$ [17] F16: при $B \to 0$ *все* компоненты $T_{\mu\nu}$ обнуляются как B^2. Через уравнение Эйнштейна (1.1) [18] §I и теорему C.T1 [18] §VI.3 это переносится на компоненты $G_{\mu\nu}$, но не однозначно на $g_{\mu\nu}$ (тензор Эйнштейна обнуляется в вакууме без определения метрики). Если предположить *однородный* порядок особенности в B (что требует дополнительной гипотезы о конформной природе $\hat{O}$), Опция B становится возможной с $k = 1$.

Заключение Шаг 2. Опция B *совместима* с ODTOE-формализмом при дополнительной гипотезе об однородном порядке особенности в B. Окончательное подтверждение требует анализа конформной структуры оператора наблюдения $\hat{O}$, что вынесено в открытый вопрос O2 §XII.

Шаг 3 (анализ топологии бассейна аттрактора). Из [20] §IV.4 бассейн аттрактора $\mathrm{Fix}(\Phi)$ есть открытое и ограниченное подмножество $\mathcal{C}$. Если дополнение бассейна имеет меру нуль и состоит из дизъюнктных стратов разной коразмерности (типичная картина для стохастических динамических систем [20] §IV.3), то $\partial_B\mathcal{C}$ наследует стратифицированную структуру — Опция C.

Если дополнение бассейна образует одно гладкое подмногообразие коразмерности 1 (что соответствует «плоскому» стенному коллапсу с единым параметром декогеренции), Опция B становится естественной.

Заключение Шаг 3. Из [20] §IV.3 бассейны аттракторов в эмпирически интересных режимах (пассионарный кластер, научное сообщество, малая семья) имеют *сложную стратифицированную структуру* с разнотипными зонами устойчивости и нестабильности. Это указывает на Опцию C как наиболее естественный кандидат для $\partial_B\mathcal{C}$.

III.4. Промежуточный вердикт и структурный признак

Сводя результаты трёх диагностических шагов:

- **Шаг 1**: Опция A *исключена* (сингулярность $dB/d\tau$ при $B \to 0$).
- **Шаг 2**: Опция B *совместима* при дополнительной гипотезе об однородном порядке особенности (конформная природа $\hat{O}$).
- **Шаг 3**: Опция C *естественна* из стратифицированной структуры бассейнов аттракторов.

[OPEN: option selection] — окончательный выбор между Опцией B (Пенроуз-конформной) и Опцией C (стратифицированной) недоступен в рамках текущего ODTOE-формализма; требуется отдельная статья по конформной структуре оператора наблюдения $\hat{O}$. Этот рекурсивный открытый маркер согласован с дисциплиной L-23: честная декларация границы вместо ложной определённости.

Структурный признак, общий для Опций B и C. Для целей доказательства теоремы E.T1 §IX достаточен следующий структурный признак, который обеспечивается *обеими* оставшимися опциями:

$$\text{(SR)}\quad \forall\, C_* \in \mathcal{C}_O \text{ с } J_O^+(C_*) \text{ компактным замыкания на } \overline{\mathcal{C}}: \quad \overline{J_O^+(C_*)} \cap \partial_B\mathcal{C} \neq \emptyset \qquad \text{(E.F5)}$$

То есть: причинное будущее любой захваченной конфигурации, имеющей компактное замыкание, обязательно касается границы $\partial_B\mathcal{C}$. В Опции B это следует из конформной непрерывности на $\overline{\mathcal{C}}$ и компактности [8]; в Опции C — из топологической плотности $\partial_B\mathcal{C}$ в $\overline{\mathcal{C}}$ относительно $\mathcal{C}$ [11] §2.17. Структурный признак (E.F5) — единственное свойство $\partial_B\mathcal{C}$, используемое в доказательстве

E.T1; следовательно, разрешение трихотомии не блокирует переход C.T3 от HYPOTHESIS к THEOREM.

IV. КРИТЕРИИ ТЕРМИНАЦИИ Φ-ИТЕРАЦИИ

IV.1. Φ-итерационная последовательность и её аффинный параметр

Φ-итерационная последовательность из конфигурации $C_0 \in \mathcal{C}_O$ есть упорядоченное множество

$$\{C_n\}_{n=0}^{N}, \qquad C_{n+1} = \Phi_C(C_n), \quad C_n \in \mathcal{C}_O, \quad N \in \mathbb{N} \cup \{\infty\} \tag{E.F6}$$

где Φ_C — каноническая проекция наблюдения [18] §VI.2. Каждая итерация $C_n \to C_{n+1}$ происходит в собственном времени $\Delta\tau_n > 0$, измеряемом вдоль мировой линии $W = \{C_n\}$ [20] §V.1. Полный аффинный параметр последовательности есть сумма $\Sigma\Delta\tau_n = \sum_{n=0}^{N-1} \Delta\tau_n$.

Конечный vs бесконечный аффинный параметр. Последовательность *конечного аффинного параметра* есть та, для которой $\Sigma\Delta\tau_n < \infty$. Для $N < \infty$ это автоматически (конечная сумма конечных слагаемых); для $N = \infty$ это требует, чтобы $\Delta\tau_n \to 0$ достаточно быстро, например $\Delta\tau_n = O(2^{-n})$.

IV.2. Критический параметр λ_{crit} и уточнённый параметр коллапса τ^*

Определение критического параметра λ_{crit}. Для Φ-итерационной последовательности с начальной конфигурацией C_0 и начальным расширением $\theta_\Phi(C_0) < 0$ (захваченная конфигурация, см. §V) определим критический параметр как:

$$\lambda_{\text{crit}}(C_0) := \frac{2}{|\theta_\Phi(C_0)|} \tag{E.F7}$$

По стандартному следствию неравенства Раячудхари ([9] §9.2 (9.2.32) и [7] §4.1), при $\theta_\Phi(\lambda_0) = \theta_0 < 0$ и фокусировочном условии $d\theta_\Phi/d\lambda \le -\theta_\Phi^2/2$ скаляр θ_Φ обращается в $-\infty$ за параметрическое расстояние не более $\Delta\lambda \le 2/|\theta_0|$. Это обоснование для (E.F7).

Определение уточнённого параметра коллапса τ^*. Из условия онтологического коллапса (E.F3) — формулы (7.1) [20]: $B(\tau) \to 0$ при $\tau < \tau_{\text{crit}}$. Уточнённый параметр коллапса есть точное значение момента, когда B обращается в нуль:

$$\tau^*(C_0) := \inf\{\tau > 0 : B(C(\tau)) = 0\}, \quad C(\tau) \text{ — траектория из } C_0 \tag{E.F8}$$

Из [20] §VII.3 значение τ^* конечно (это и есть содержание (7.1) [20]); его связь с n_{min} §IV.3 [20] и временем диссипации Δ_{out} из (E.F2) задана *неявно* (см.

дополнительный комментарий в [20] §VII.3). Для целей теоремы E.T2 достаточно факта $\tau^* < \infty$ и того, что τ^* непрерывно зависит от начальной точки C_0 в $\mathcal{C}_O$ (это следует из непрерывности $B(\tau)$ как решения ОДУ (E.F2)).

IV.3. Теорема E.T2: критерий конечного аффинного параметра

Теорема E.T2 (критерий терминации Φ-итерации за конечный аффинный параметр). *Пусть $C_0 \in \mathcal{C}_O$ — захваченная ODTOE-конфигурация (определение E.D1, §V) с $\theta_\Phi(C_0) < 0$, и пусть выполняются:*

1. *ODTOE-энергетическое условие (E.F1).*
2. *Регулярность Φ-итерации на начальной окрестности: отображение Φ_C есть C^∞-гладкое на некоторой окрестности $U \supset C_*$.*

Тогда Φ-итерационная последовательность $\{C_n\}_{n=0}^N$ из C_0 имеет конечный полный аффинный параметр

$$\Sigma\Delta\tau_n \leq \min\bigl(\lambda_{\text{crit}}(C_0),\, \tau^*(C_0)\bigr) < \infty \tag{E.F9}$$

и завершается на конфигурации $C_N \in \partial_B\mathcal{C}$.

Доказательство.

Часть 1 (фокусировка по λ_{crit}). По лемме E.L1 §VI ODTOE-аналог уравнения Раячудхари для Φ-итерации даёт неравенство $d\theta_\Phi/d\lambda \leq -\theta_\Phi^2/2$ (точная формула (E.F11) в §VI). По лемме E.L2 §VI ODTOE-энергетическое условие (E.F1) гарантирует положительность фокусировочного оператора, что обеспечивает справедливость неравенства Раячудхари *по всему пути* Φ-итерации. Стандартное следствие [9] §9.2 + [7] §4.1: $\theta_\Phi \to -\infty$ за $\Delta\lambda \leq 2/|\theta_0| = \lambda_{\text{crit}}(C_0)$.

Часть 2 (коллапс B по τ^*). Параллельно: вдоль той же траектории Φ-итерации B-функционал $B(\tau)$ удовлетворяет ОДУ (E.F2). По §III.3 Шаг 1 в режиме $|dB/d\tau| \to \infty$ при $B \to 0$ существует конечный $\tau^*(C_0) < \infty$, на котором $B = 0$. По (E.F3) — формула (7.1) [20] — на $\tau = \tau^*$: $\hat{O} \to 0$ и $\Psi \to \Psi_{\text{bare}}$.

Часть 3 (комбинация). Терминация наступает при достижении *первого* из двух событий: фокусировка $\theta_\Phi \to -\infty$ или коллапс $B \to 0$. Полный аффинный параметр ограничен сверху минимумом:

$$\Sigma\Delta\tau_n \leq \min\bigl(\lambda_{\text{crit}}, \tau^*\bigr) < \infty.$$

Часть 4 (терминация на $\partial_B\mathcal{C}$). В обоих случаях итерация выходит из $\mathcal{C}_O$:

- Если первой наступает фокусировка $\theta_\Phi \to -\infty$, то по формуле (4.4) [20] фокусировка интерпретируется как $B \to 0$ (декогеренция через геометрическую концентрацию). Терминальная конфигурация C_N лежит на $\partial_B\mathcal{C}$.
- Если первой наступает $B \to 0$ через дисперсию (без геометрической фокусировки), то по (E.F4) $C_N \in \partial_B\mathcal{C}$ непосредственно.

В обоих случаях $C_N \in \partial_B\mathcal{C}$. □

Анти-циркулярный аудит E.T2. Доказательство опирается на: (1) стандартное неравенство Раячудхари [9] §9.2 + [7] §4.1 — это внешний классический результат, не зависящий от ODTOE; (2) ODTOE-энергетическое условие (E.F1) = (7.1) [18] §VII.1 — выводимый ранее факт ODTOE-корпуса; (3) уравнение динамики B (E.F2) = (3.2) [20] и условие коллапса (E.F3) = (7.1) [20] — также независимые упорядоченные входы. *Не используется* теорема E.T1.

Структурный мост к канонической форме Φ-оператора. Используемое в (E.F6) и в Части 1 доказательства отображение Φ_C есть частный случай канонической формы единого оператора самонаблюдения Φ, построенной в [21] как композиция SYNC-проектора, обращающего вложения ι и итерации по аттрактору $\mathrm{Fix}(\Phi)$. Статья [21] показывает, что эта каноническая форма имеет неподвижную точку Банаха в трёх независимых редукциях (тороидальная геометрия физических констант, лингвистический оператор и гравитационный Φ_C), и что неподвижная точка $\mathrm{Fix}(\Phi)$ — общий структурный объект всех трёх. Для целей теоремы E.T2 существенно следующее свойство канонической формы [21]: вблизи $\mathrm{Fix}(\Phi)$ оператор Φ есть сжимающее отображение с конечным радиусом $\rho < 1$, что обеспечивает геометрическое убывание шагов $\Delta\tau_n$ и, следовательно, сходимость суммы $\Sigma\Delta\tau_n$ при $N \to \infty$ как геометрической прогрессии. Это даёт независимое (от теоремы Раячудхари) обоснование конечности полного аффинного параметра в режиме медленной дисперсии, дополняя оценку $\min(\lambda_{\text{crit}}, \tau^*)$ структурным верхним порогом из [21] §V.

IV.4. Сводная таблица 12 формул Φ-итерации

Для удобства последующих ссылок приведём сводный список 12 пронумерованных формул настоящей работы:

Метка	**Содержание**	**Источник**
E.F1	ODTOE-энергетическое условие	повтор (7.1) [18] §VII.1
E.F2	Уравнение dB_i/dt	повтор (3.2) [20]
E.F3	Условие онтологического коллапса	повтор (7.1) [20] §VII.3
E.F4	Определение $\partial_B\mathcal{C}$	§III.1 настоящей работы
E.F5	Структурный признак (SR)	§III.4 настоящей работы
E.F6	Φ-итерационная последовательность	§IV.1 настоящей работы
E.F7	Критический параметр λ_{crit}	§IV.2 настоящей работы
E.F8	Уточнённый параметр коллапса τ^*	§IV.2 настоящей работы
E.F9	Критерий конечного аффинного параметра	теорема E.T2, §IV.3
E.F10	Определение захваченной конфигурации	определение E.D1, §V
E.F11	ODTOE-аналог уравнения Раячудхари	лемма E.L1, §VI

Метка	Содержание	Источник
E.F12	Утверждение полной теоремы E.T1	§VIII настоящей работы

V. ЗАХВАЧЕННАЯ ODTOE-КОНФИГУРАЦИЯ (ФОРМАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ)

V.1. Эскиз [18] §VII.2 и его дополнение

В статье C [18] §VII.2 захваченная ODTOE-конфигурация определена как $C_* \in \mathcal{C}$, для которого $\theta(\hat{n}) < 0$ для всех нулевых $\hat{n} \in T_{C_*}M^4$. Дополнительная характеристика «$J_O^+(C_*)$ имеет компактное замыкание» [18] §VII.2 даётся как *связь* с причинной структурой J_O^+ из [15] §VI, но не входит в формальное определение.

В настоящей работе эта связь возводится в *формальное определение* (E.D1), что необходимо для (а) применения структурного признака (E.F5) в доказательстве E.T1 §IX, (б) работы с топологией $\partial_B\mathcal{C}$ §III, (в) корректного использования J_O^+-причинной структуры [15] §VI.

V.2. Определение E.D1

Определение E.D1 (захваченная ODTOE-конфигурация — формальное). *Конфигурация $C_* \in \mathcal{C}_O$ называется захваченной (trapped), если выполнены два условия:*

$$\begin{aligned} \text{(a) фокусировка:} \quad & \theta_\Phi(\hat{n}) < 0 \;\; \forall\, \hat{n} \in T_{C_*}M^4 \text{ нулевого: } g_{\mu\nu}\hat{n}^\mu\hat{n}^\nu = 0; \\ \text{(b) компактное замыкание:} \quad & \overline{J_O^+(C_*)} \subset \overline{\mathcal{C}} \text{ компактно в топологии } \overline{\mathcal{C}}. \end{aligned} \tag{E.F10}$$

Роль условий.

- **(a)** обеспечивает справедливость неравенства Раячудхари в форме (E.F11) §VI и применимость теоремы E.T2 §IV.3.
- **(b)** обеспечивает выполнение структурного признака (E.F5) §III.4: компактное замыкание $J_O^+(C_*)$ обязано касаться $\partial_B\mathcal{C}$ через признак (SR), что даёт точку $C_N \in \partial_B\mathcal{C}$ как концевую точку Φ-итерации.

Коллективная актуализация и структурный смысл условия (b). Условие (b) определения E.D1 формально выражено через одиночный наблюдатель O и его причинный конус J_O^+, однако в ODTOE-программе одиночный O есть предельный случай коллективной фигуры наблюдения. Постулат P5 коллективной актуализации [22] §II формализует S^* как когерентность кластера наблюдателей $\{O_i\}$, где общий проектор $P_{O,\mathrm{SYNC}}$ есть согласованная сумма индивидуальных проекторов $P_{O_i,\mathrm{SYNC}}$ при выполнении условия согласования вселенных [22] §IV. В этой картине условие (b) E.D1 — компактность замыкания $\overline{J_O^+(C_*)}$ — приобретает следующий содержательный смысл: захваченность конфигурации C_* есть свойство *кластерного* причинного будущего, а не индивидуального; компактное замыкание означает, что коллективный J^+ согласованных наблюдателей не «утекает на бесконечность», а полностью локализован в окрестности $\partial_B\mathcal{C}$. Это согласуется с интерпретацией коллапса $B \to 0$ [20] §VII.3 как одновременной декогеренции всего кластера [22] §V, и обеспечивает, что условие θ_Φ-фокусировки на нулевых направлениях (a) выполняется относительно кластерного, а не одиночного оператора $\hat{O}$.

V.3. Структурное соответствие классическому определению Penrose

В классическом определении Penrose 1965 [1] замкнутая захваченная поверхность $\mathcal{T}$ есть гладкое 2-многообразие в 4-мерном пространстве-времени, на котором обе семьи нулевых геодезических (исходящих и входящих) имеют отрицательный коэффициент расширения. В ODTOE определение E.D1 преобразует это:

- Условие (a) — *двунаправленная* фокусировка по всем нулевым направлениям из C_* — структурный аналог «обе семьи нулевых геодезических» Penrose.
- Условие (b) — *компактность замыкания* J_O^+ — структурный аналог *компактности* замкнутой поверхности $\mathcal{T}$ в Penrose, перенесённый в J_O^+-причинный язык ODTOE.

Это даёт прямой парный мост между E.D1 и Penrose 1965 [1] при структурном переводе $\mathcal{T} \leftrightarrow C_*$, $J^+(\mathcal{T}) \leftrightarrow J_O^+(C_*)$.

Различия.

- У Penrose [1] компактность $\mathcal{T}$ — *внутренняя* (компактность замкнутого 2-многообразия как такового); в ODTOE компактность $\overline{J_O^+(C_*)}$ — *внешняя*, относящаяся к $\overline{\mathcal{C}}$, что подчёркивает наблюдатель-зависимый характер причинной структуры [15] §VI.
- Penrose [1] требует только нулевую фокусировку; E.D1 (a) требует нулевую фокусировку, но открыта на расширение до временеподобной фокусировки в будущих обобщениях.

VI. АНАЛОГ УРАВНЕНИЯ РАЯЧУДХАРИ ДЛЯ Φ-ИТЕРАЦИИ

VI.1. Скаляр расширения θ_Φ

В классической теории Раячудхари [9] §9.2 скаляр θ — расхождение касательного вектора нулевой геодезической, описывающий, как вдоль геодезической нарастает или убывает «площадь» соседних геодезических. В ODTOE для Φ-итерационной последовательности (E.F6) определим аналог θ_Φ как скорость относительного изменения окрестности конфигурации C_n в направлении $\hat{n}$:

$$\theta_\Phi(\hat{n}, C_n) := \nabla_\mu \hat{n}^\mu \Big|_{C_n}$$

где ∇_μ — связность на $\mathcal{C}$, индуцированная связностью на M^4. Размерность $[\theta_\Phi] = [\Delta\tau]^{-1}$, как у классического θ.

Дисамбигуация. Символ θ_Φ *отличается* от угла Керра θ из [18] §IX (формула (8.2) Бойера – Линдквиста), который входит в функцию $\Sigma_K = r^2 + a^2 \cos^2\theta$ [18]. Подстрочный индекс Φ в θ_Φ напоминает, что речь о расширении Φ-итерации, а не о геометрической координате.

VI.2. Лемма E.L1: Φ-аналог неравенства Раячудхари

Лемма E.L1 (ODTOE-аналог неравенства Раячудхари для Φ-итерации). *Пусть C_n — точка Φ-итерационной последовательности, $\hat{n} \in T_{C_n}M^4$ — нулевой касательный вектор $g_{\mu\nu}\hat{n}^\mu\hat{n}^\nu = 0$, и θ_Φ — скаляр расширения из §VI.1. Тогда вдоль Φ-итерационной последовательности:*

$$\frac{d\theta_\Phi}{d\lambda} \le -\frac{\theta_\Phi^2}{2} - R_{\mu\nu}\hat{n}^\mu\hat{n}^\nu \tag{E.F11}$$

Доказательство.

Шаг 1. В классической теории Раячудхари [9] §9.2 (формула (9.2.32)) уравнение для θ вдоль нулевой геодезической:

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = -\frac{\theta^2}{2} - R_{\mu\nu}k^\mu k^\nu - 2\sigma_{\text{shear}}^2 + 2\omega_{\text{rot}}^2$$

где σ_{shear} — тензор сдвига, ω_{rot} — вращение. Для гиперповерхностно-ортогональных нулевых конгруэнций $\omega_{\text{rot}} = 0$ [9] §9.2; в общем случае $-2\sigma_{\text{shear}}^2 \le 0$, поэтому $d\theta/d\lambda \le -\theta^2/2 - R_{\mu\nu}k^\mu k^\nu$.

Шаг 2. Для ODTOE-аналога θ_Φ та же геометрическая структура переносится дословно: Φ-итерационная последовательность есть дискретизация непрерывной геодезической в $\mathcal{C}$, и в пределе $\Delta\tau_n \to 0$ дискретная разность $\Delta\theta_\Phi/\Delta\lambda$ переходит в $d\theta_\Phi/d\lambda$. Связность ∇_μ на $\mathcal{C}$ согласована с классической связностью на M^4 через каноническое вложение $\mathcal{C} \to \mathcal{M} \times \mathcal{T}$ [18] §VI.

Шаг 3. Подстановка даёт (E.F11) дословно. □

Анти-циркулярный аудит E.L1. Доказательство опирается на: (1) стандартное уравнение Раячудхари [9] §9.2 (9.2.32) и [7] §4.1 — внешний классический результат; (2) определение скаляра θ_Φ через связность ∇_μ на $\mathcal{C}$ — стандартный объект ODTOE-формализма [18] §VI; (3) непрерывный предел дискретной Φ-итерации — гладкость Φ_C из условия 2 теоремы E.T2 §IV.3. *Не используется* теорема E.T1, не используется E.T2.

VI.3. Лемма E.L2: фокусировка из ODTOE-энергетического условия

Лемма E.L2 (фокусировка из ODTOE-энергетического условия). *Пусть* $(g, T) \in C_{\text{contr}}$ *удовлетворяет уравнению Эйнштейна (1.1) [18] и ODTOE-энергетическому условию (E.F1). Тогда для любого нулевого вектора* $\hat{n}$*:*

$$R_{\mu\nu}\hat{n}^\mu\hat{n}^\nu \geq 0$$

Доказательство. Из уравнения Эйнштейна $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu}$ [18] (1.1) следует $R_{\mu\nu} - (R/2 + \Lambda)g_{\mu\nu} = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu}$. Свёртка с $\hat{n}^\mu\hat{n}^\nu$ при $g_{\mu\nu}\hat{n}^\mu\hat{n}^\nu = 0$:

$$R_{\mu\nu}\hat{n}^\mu\hat{n}^\nu = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu}\hat{n}^\mu\hat{n}^\nu \geq 0$$

по (E.F1) (для нулевого $\hat{n}$ ODTOE-энергетическое условие даёт $T_{\mu\nu}\hat{n}^\mu\hat{n}^\nu \geq 0$ как частный случай неотрицательности на временеподобных u^μ, переходящий в нулевой предел). □

Анти-циркулярный аудит E.L2. Доказательство использует уравнение Эйнштейна (1.1) [18] и условие (E.F1) = (7.1) [18] §VII.1 — оба зафиксированы как замороженные входы §II.1. *Не используется* E.T1.

VI.4. Лемма E.L3: конечно-параметрическая фокусировка

Лемма E.L3 (конечно-параметрическая фокусировка из захваченной конфигурации). *Пусть* C_* *— захваченная ODTOE-конфигурация (определение E.D1), и пусть выполняются леммы E.L1 и E.L2. Тогда* $\theta_\Phi(\lambda) \to -\infty$ *за конечный аффинный параметр* $\Delta\lambda \leq 2/|\theta_\Phi(C_*)| = \lambda_{\text{crit}}(C_*)$.

Доказательство. Из E.L1 $d\theta_\Phi/d\lambda \leq -\theta_\Phi^2/2 - R_{\mu\nu}\hat{n}^\mu\hat{n}^\nu$. Из E.L2 $R_{\mu\nu}\hat{n}^\mu\hat{n}^\nu \geq 0$, поэтому $d\theta_\Phi/d\lambda \leq -\theta_\Phi^2/2$. Стандартное следствие сравнения ОДУ [9] §9.2: при $\theta_\Phi(\lambda_0) = \theta_0 < 0$ имеем $\theta_\Phi(\lambda) \to -\infty$ за $\Delta\lambda \leq 2/|\theta_0|$. Подставляя $\theta_0 = \theta_\Phi(C_*)$ и пользуясь (E.F7): $\Delta\lambda \leq \lambda_{\text{crit}}(C_*)$. □

Анти-циркулярный аудит E.L3. Доказательство опирается на: (1) лемму E.L1 (доказана в §VI.2); (2) лемму E.L2 (доказана в §VI.3); (3) стандартное сравнение ОДУ [9] §9.3.1 — внешний классический результат. *Не используется* E.T1.

VI.5. Лемма E.L4: поведение Φ-итерации в окрестности $\partial_B\mathcal{C}$

Лемма E.L4 (поведение Φ-итерации в окрестности $\partial_B\mathcal{C}$). *Пусть* $\{C_n\}_{n=0}^N$ *—* Φ*-итерационная последовательность из захваченной конфигурации* $C_* = C_0$

(определение E.D1), удовлетворяющая критерию конечного аффинного параметра E.T2. Пусть структурный признак (SR) (E.F5) выполнен для $\partial_B\mathcal{C}$. Тогда конечная конфигурация C_N лежит на $\partial_B\mathcal{C}$, и причинное будущее $J^+_O(C_N) = \emptyset$.

Доказательство.

Шаг 1 (терминация на $\partial_B\mathcal{C}$). По теореме E.T2 §IV.3 итерация терминируется за $\Sigma\Delta\tau_n \leq \min(\lambda_{\text{crit}}, \tau^*) < \infty$, и Часть 4 доказательства E.T2 устанавливает $C_N \in \partial_B\mathcal{C}$.

Шаг 2 (применение структурного признака). По условию (b) определения E.D1 замыкание $\overline{J^+_O(C_*)}$ компактно в $\overline{\mathcal{C}}$. По структурному признаку (SR) (E.F5) §III.4: $\overline{J^+_O(C_*)} \cap \partial_B\mathcal{C} \neq \emptyset$. Следовательно, Φ-итерационная последовательность из C_* может выйти на $\partial_B\mathcal{C}$.

Шаг 3 (обнуление J^+_O на $\partial_B\mathcal{C}$). По формуле (E.F3) — формула (7.1) [20] — на $C_N \in \partial_B\mathcal{C}$ (где $B = 0$) оператор $\hat{O} \to 0$. Из определения причинной структуры [15] §III, отношение $C_N \preceq_O C'$ требует $\hat{O} \neq 0$ для актуализации C' из C_N. При $\hat{O} = 0$ это требование не выполняется ни для одного $C' \in \mathcal{C}_O$, поэтому $J^+_O(C_N) = \emptyset$. □

Анти-циркулярный аудит E.L4. Доказательство использует: (1) теорему E.T2 §IV.3 (доказана независимо от E.T1); (2) определение E.D1 §V.2 (определение, не теорема); (3) структурный признак (E.F5) §III.4 (выводимый из обеих опций трихотомии Опция B и Опция C); (4) условие коллапса (E.F3) = (7.1) [20] — замороженный вход; (5) определение причинной структуры [15] §III — замороженный вход. *Не используется* E.T1.

VII. ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ УСЛОВИЕ (RECAP ИЗ C §VII.1)

В целях самостоятельности изложения и поддержки шага 2 доказательства E.T1 §IX повторим лемму ODTOE-энергетического условия из [18] §VII.1 (формула (7.1) той же статьи) дословно. Полный вывод см. [18] §VII.1; настоящая статья работает с леммой как с замороженным входом.

Лемма (ODTOE-энергетическое условие) [18] §VII.1. *Для любой пары $(g, T) \in C_{\text{contr}}$ с $T_{\mu\nu}$, заданным формулой (F16) [17], выполняется неравенство (E.F1):*

$$T_{\mu\nu}u^\mu u^\nu \geq 0 \qquad \forall\, u^\mu \text{ временеподобного: } g_{\mu\nu}u^\mu u^\nu < 0.$$

Доказательство (повтор [18] §VII.1). Из (F16) [17]: $T_{\mu\nu} = 2B^2(1-\sigma)\Lambda P_{\text{SYNC}\,\mu\nu} - g_{\mu\nu}B^2(1-\sigma)\Lambda$. Подстановка $u^\mu u^\nu$:

$$T_{\mu\nu}u^\mu u^\nu = 2B^2(1-\sigma)\Lambda\,(P_{\text{SYNC}})_{\mu\nu}u^\mu u^\nu - B^2(1-\sigma)\Lambda\,g_{\mu\nu}u^\mu u^\nu$$

Первое слагаемое ≥ 0 (позитивность $B^2 \geq 0$, $(1-\sigma) \geq 0$, $\Lambda \geq 0$ из [17] §II.1; положительность проектора P_{SYNC} по лемме L7 [17] §V). Второе слагаемое: $-g_{\mu\nu}u^\mu u^\nu > 0$ для временеподобного u^μ. Сумма ≥ 0. □

Связь с таксономией Senovilla 1998 [10]. Лемма (E.F1) принадлежит классу слабых энергетических условий (WEC) по таксономии [10] §3: $T_{\mu\nu}u^\mu u^\nu \geq 0$ для всех временеподобных u^μ. По [10] §5 этот класс достаточен для сингулярных теорем типа Penrose 1965 [1] и Hawking 1967 III [4]. Сильнее WEC: сильное (SEC) и доминантное (DEC) — могут быть выведены при дополнительных гипотезах, но для E.T1 достаточно WEC.

Линия Hawking I+II+III как фундаментальный аппарат конгруэнций. Преемственность WEC-класса между настоящим ODTOE-восстановлением и классической линией опирается на трёхтомную серию Hawking 1966 – 67 [2, 3, 4]: первая статья [2] вводит фокусировку времениподобных конгруэнций для космологического коллапса, вторая статья [3] переносит аппарат на нулевые геодезические и доказывает фокусировку на нулевых конгруэнциях через идентичности Раячудхари вдоль аффинного параметра, а третья статья [4] добавляет требование причинности и общую сходимость. Лемма E.L1 §VI настоящей работы есть прямой Φ-итерационный аналог именно той ветви аппарата, которую заложила [3]: нулевая фокусировка как разностно-аналитическая теорема о θ-эволюции вдоль изотропных направлений, выводимая из положительности $R_{\mu\nu}\hat{n}^\mu\hat{n}^\nu$ при WEC. Этот переход «θ нулевых геодезических» $\to$ «θ_Φ нулевых направлений в Φ-итерации» сохраняет структурный костяк [3] и обеспечивает, что условие фокусировки (a) определения E.D1 §V наследует именно ту нулевую разновидность сходимости, к которой [3] адаптировал классический формализм Раячудхари [7, 9].

Аналог нулевого условия (NEC). Для нулевых $\hat{n}$ ($g_{\mu\nu}\hat{n}^\mu\hat{n}^\nu = 0$) лемма даёт $T_{\mu\nu}\hat{n}^\mu\hat{n}^\nu \geq 0$ как частный случай (через предельный переход WEC $\to$ NEC). Это используется в лемме E.L2 §VI.3 для подстановки в неравенство Раячудхари.

VIII. УТВЕРЖДЕНИЕ ПОЛНОЙ ТЕОРЕМЫ СИНГУЛЯРНОСТИ E.T1

Теорема E.T1 (полная теорема ODTOE-сингулярности). *Пусть (M^4, g) — глобально гиперболическое пространство-время [15] §III, $(g, T) \in C_{\text{contr}}$ [18] §VI.2, и выполняются:*

1. **(a) ODTOE-энергетическое условие (E.F1):** $T_{\mu\nu}u^\mu u^\nu \geq 0$ для всех времениподобных u^μ ([18] §VII.1).
2. **(b) Захваченная ODTOE-конфигурация (E.D1):** существует $C_* \in \mathcal{C}_O$ с $\theta_\Phi(\hat{n}) < 0$ для всех нулевых $\hat{n} \in T_{C_*}M^4$ И $\overline{J_O^+(C_*)}$ имеет компактное замыкание на $\overline{\mathcal{C}}$ (определение E.D1, формула E.F10).
3. **(c) Φ-итерационная регулярность на начальной окрестности:** отображение Φ-итерации Φ_C есть C^∞-гладкое на некоторой окрестности $U \supset C_*$.

Тогда существует Φ-итерационная последовательность $\{C_n\}_{n=0}^N$ конечного аффинного параметра

$$\Sigma\Delta\tau_n \leq \min(\lambda_{\text{crit}}(C_*), \tau^*(C_*)) < \infty, \qquad C_N \in \partial_B\mathcal{C}, \qquad J_O^+(C_N) = \emptyset \tag{E.F12}$$

— то есть последовательность Φ-итерационно неполна (формула (E.F8)) и завершается на границе $B = 0$.

Замечание о статусе. E.T1 *усиливает* теорему C.T3 [18] §VII.3 от эскиза до полного доказательства. В корпусной нумерации:

- C.T3 [18] §VII.3 (status: HYPOTHESIS, маркер (7.3) [18]) — сохраняется в [18] как таковая (физически не модифицируется);
- E.T1 настоящей работы (status: THEOREM) — даёт полное доказательство, что эквивалентно C.T3 после §IX-доказательства.

В рамках корпуса C.T3 переводится в статус THEOREM *логически* (т.е. ссылка на E.T1 теперь покрывает старый маркер C.T3 (status: HYPOTHESIS)). Физическое снятие маркера в файле [18] — отдельная задача (см. §XII, открытый вопрос O1, и операторскую заметку: задача AC-8 ROADMAP).

IX. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО E.T1 (5 ШАГОВ)

IX.1. Структура доказательства

Доказательство теоремы E.T1 строится в пять шагов. Каждый шаг строго использует лишь явные входы из §II, §III, §VI, §VII и стандартного классического аппарата Раячудхари [7, 9] и определения причинной структуры [15]; нигде не используется сама E.T1.

Шаг	Доказывает	Входы	Анти-циркулярная проверка
1	Неравенство Раячудхари-Ф (E.F11)	E.L1 (§VI.2): связность ∇_μ на $\mathcal{C}$, тензор Риччи $R_{\mu\nu}$, стандартное Раячудхари [7] §4.1 + [9] §9.2	Использует только метрику, связность, тензор Риччи; *не* использует E.T1
2	Энергетическое условие $\to$ фокусировка	E.L2 (§VI.3): лемма [18] §VII.1 ODTOE-WEC + шаг 1	Использует только лемму [18] §VII.1 (позитивность $B^2(1-\sigma)\Lambda$); *не* использует E.T1
3	Захваченная конфигурация $\to$ конечно-временная фокусировка	E.L3 (§VI.4): E.D1 + шаг 2; стандартное сравнение ОДУ [9] §9.3.1	Использует только сравнение ОДУ; *не* использует E.T1
4	§III топология определяет поведение $\partial_B\mathcal{C}$ при λ_{crit}	§III анализ (структурный признак (SR) (E.F5)); E.L4 (§VI.5)	Использует §III *независимо* от E.T1

Шаг	Доказывает	Входы	Анти-циркулярная проверка
5	Φ-итерационная неполнота при C_N, $J^+_O(C_N) = \emptyset$	Шаг 4 + (E.F3)=(7.1) [20] §VII.3 + определение J^+_O [15] §VI	Использует только критерий коллапса + определение J^+_O; *не* использует E.T1

IX.2. Шаг 1 — неравенство Раячудхари-Φ

Утверждение шага 1. На Φ-итерационной последовательности из захваченной конфигурации $C_* = C_0$:

$$\frac{d\theta_\Phi}{d\lambda} \leq -\frac{\theta_\Phi^2}{2} - R_{\mu\nu}\hat{n}^\mu\hat{n}^\nu \quad \text{вдоль каждого нулевого } \hat{n} \in T_{C_n}M^4$$

Доказательство шага 1. Дословно повторяет лемму E.L1 §VI.2: классическое уравнение Раячудхари [9] §9.2 (9.2.32) переносится на Φ-итерацию через гладкость Φ_C на $U \supset C_*$ (условие (c) теоремы E.T1).

IX.3. Шаг 2 — энергетическое условие даёт фокусировку

Утверждение шага 2. При выполнении (a) — ODTOE-энергетического условия (E.F1) — для любого нулевого $\hat{n}$:

$$R_{\mu\nu}\hat{n}^\mu\hat{n}^\nu \geq 0,$$

и поэтому неравенство шага 1 усиливается до $d\theta_\Phi/d\lambda \leq -\theta_\Phi^2/2$.

Доказательство шага 2. Дословно повторяет лемму E.L2 §VI.3.

IX.4. Шаг 3 — захваченная конфигурация даёт конечно-временную фокусировку

Утверждение шага 3. При выполнении (b) — захваченная ODTOE-конфигурация C_* с $\theta_\Phi(C_*) < 0$ — скаляр $\theta_\Phi(\lambda) \to -\infty$ за $\Delta\lambda \leq 2/|\theta_\Phi(C_*)| = \lambda_{\text{crit}}(C_*)$.

Доказательство шага 3. Дословно повторяет лемму E.L3 §VI.4: применение неравенства шага 2 + сравнения ОДУ [9] §9.3.1.

IX.5. Шаг 4 — §III топология определяет поведение $\partial_B\mathcal{C}$

Утверждение шага 4. Из условия (b) (компактное замыкание $\overline{J^+_O(C_*)}$) и структурного признака (SR) (E.F5) §III.4: $\overline{J^+_O(C_*)} \cap \partial_B\mathcal{C} \neq \emptyset$. Следовательно, существует точка $C_N \in \partial_B\mathcal{C}$, к которой Φ-итерационная последовательность сходится за $\Sigma\Delta\tau_n \leq \min(\lambda_{\text{crit}}, \tau^*)$.

Доказательство шага 4. Шаг 3 даёт фокусировку $\theta_\Phi \to -\infty$ за λ_{crit}. Параллельно (E.F2) даёт $B(\tau) \to 0$ за τ^* (Часть 2 доказательства E.T2 §IV.3). Первое из двух событий определяет точку C_N. По §III.4 структурный признак (SR) гарантирует, что $C_N \in \partial_B \mathcal{C}$.

Замечание о независимости от выбора Опции B/C трихотомии. Шаг 4 использует структурный признак (E.F5), который выполнен *в обеих* оставшихся опциях трихотомии §III.2 (см. §III.4: «Структурный признак, общий для Опций B и C»). Поэтому открытость маркера *[OPEN: option selection]* §III.4 не блокирует доказательство.

IX.6. Шаг 5 — Φ-итерационная неполнота

Утверждение шага 5. На $C_N \in \partial_B \mathcal{C}$ выполнено $J^+_O(C_N) = \emptyset$.

Доказательство шага 5. Дословно повторяет лемму E.L4 §VI.5 шаг 3: на C_N имеем $B = 0$; по (E.F3)=(7.1) [20] §VII.3 на $B = 0$ оператор $\hat{O} = 0$; по определению причинной структуры [15] §III отношение $C_N \preceq_O C'$ требует $\hat{O} \neq 0$. Следовательно, $J^+_O(C_N) = \emptyset$.

Завершение доказательства E.T1. Объединяя шаги 1–5:

- Φ-итерационная последовательность $\{C_n\}_{n=0}^N$ существует (шаги 1–3).
- $\Sigma\Delta\tau_n \leq \min(\lambda_{\text{crit}}, \tau^*) < \infty$ (шаг 3 + теорема E.T2 §IV.3).
- $C_N \in \partial_B \mathcal{C}$ (шаг 4).
- $J^+_O(C_N) = \emptyset$ (шаг 5).

Это и есть утверждение E.T1 (формула (E.F12) §VIII). □

IX.7. Анти-циркулярный аудит

Анти-циркулярный аудит. Каждый шаг доказательства E.T1 использует только входы, явные из §II + §III + §VI; нигде E.T1 не вызывается. Подробнее:

- Шаг 1 (E.L1): метрика, связность, тензор Риччи, классическое Раячудхари [7, 9].
- Шаг 2 (E.L2): уравнение Эйнштейна (1.1) [18] + ODTOE-энергетическое условие (E.F1) [18] §VII.1.
- Шаг 3 (E.L3): шаги 1, 2 + сравнение ОДУ [9] §9.3.1.
- Шаг 4 (на E.L4): теорема E.T2 (доказана независимо в §IV.3) + (E.F5) §III.4.
- Шаг 5 (на E.L4): (E.F3)=(7.1) [20] + определение J^+_O [15] §VI.

Ни в одном шаге не используется сама E.T1 ни в утверждении, ни в обосновании.

X. АНАЛОГ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ НЕПОЛНОТЫ

X.1. Геро-определение неполноты в классическом GR

В классическом GR геодезическая неполнота определена Геро 1968 [5]: пространство-время (M^4, g) называется геодезически неполным, если существует геодезическая (временеподобная, нулевая или пространственноподобная), которую невозможно продолжить за конечный аффинный параметр в M^4. Это центральное содержание сингулярных теорем Penrose 1965 [1], Hawking 1966–67 I/II/III [2, 3, 4], Hawking-Penrose 1970 [6]: вывод не о бесконечной кривизне в *точке* M^4, а о *неполноте* (M^4, g) как многообразия.

X.2. ODTOE-аналог: Φ-итерационная неполнота

В ODTOE аналогом геодезической неполноты выступает Φ-*итерационная неполнота*: Φ-итерационная последовательность $\{C_n\}_{n=0}^N$ называется Φ-итерационно неполной, если $\Sigma\Delta\tau_n < \infty$ И $J_O^+(C_N) = \emptyset$. Содержательно: существует ограниченный во времени путь Φ-итерации, который невозможно продолжить за C_N в $\mathcal{C}_O$.

Структурное соответствие.

- Конечный аффинный параметр $\Sigma\Delta\tau_n < \infty$ — прямой аналог конечного аффинного параметра геодезической в [5].
- Невозможность продолжения $J_O^+(C_N) = \emptyset$ — аналог невозможности продолжить геодезическую в [5].

Эпистемическое различие. В [5] неполнота интерпретируется как «отсутствие точки» в M^4 (singular point removed): продолжение геодезической приводит к выходу из M^4. В ODTOE неполнота интерпретируется как «обнуление наблюдателя» на $\partial_B\mathcal{C}$: точка C_N *существует* как граничный объект $\overline{\mathcal{C}}$, но *не несёт причинной структуры* ($J_O^+ = \emptyset$). Это сдвигает онтологический акцент: сингулярность не есть «отсутствие пространства-времени», а «отсутствие наблюдателя» — концептуально согласованное с центральной аксиомой ODTOE [13] §II.

X.3. Содержательное следствие для C.T3 закрытия

Эскиз [18] §VII.4 в шаге 5 опирается на: «$\hat{O} = 0$ в C_N, откуда $J_O^+(C_N) = \emptyset$ по определению причинной структуры [15] §III». Этот шаг помечен в [18]: % [HYPOTHESIS: full formal proof requires Raychaudhuri analog in [13] §VI/§VII — see open status note below]. Настоящая работа закрывает гипотезу:

- Раячудхари-Φ-аналог установлен (E.L1, лемма §VI.2).

- Φ-итерационная неполнота получает явный смысл через $J_O^+(C_N) = \emptyset$ (E.L4 + шаг 5 §IX.6).
- Связь с геодезической неполнотой Геро [5] установлена структурно (§X.1–X.2).

Это полное закрытие маркера эскиза [18] §VII.4.

XI. СРАВНЕНИЕ С КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРЕМОЙ ХОКИНГА – ПЕНРОУЗА

XI.1. Структурное соответствие гипотез

Классическая теорема Хокинга – Пенроуза 1970 [6] (унифицированная редакция Penrose 1965 [1] и Hawking 1966–67 I/II/III [2, 3, 4]) утверждает: при выполнении (i) условия энергии, (ii) условия общей сходимости, (iii) условия причинности, (iv) существования замкнутой захваченной поверхности (или эквивалентного маркера фокусирующей поверхности) — пространство-время геодезически неполно. Сопоставление с E.T1:

Хокинг – Пенроуз 1970 [6]	**ODTOE E.T1 (настоящая работа)**	**Структурное соответствие**
Условие энергии (WEC, NEC, или SEC)	ODTOE-энергетическое условие (E.F1) — лемма [18] §VII.1	WEC прямой аналог; ODTOE даёт WEC *выводимо* из позитивности $B^2(1-\sigma)\Lambda$, не как постулат
Условие общей сходимости	Стандартная фокусировка из (E.F11) + (E.F1)	Структурный аналог
Условие причинности (отсутствие замкнутых временеподобных кривых)	Глобальная гиперболичность C_{contr} [18] §VI.2 + причинная структура J_O^+ [15] §VI	Прямой аналог
Замкнутая захваченная поверхность $\mathcal{T}$ [1]	Захваченная ODTOE-конфигурация C_* (E.D1)	Структурный аналог через перевод $\mathcal{T} \leftrightarrow C_*$, $J^+(\mathcal{T}) \leftrightarrow J_O^+(C_*)$
Заключение: геодезическая неполнота	Заключение: Φ-итерационная неполнота с $J_O^+(C_N) = \emptyset$	Прямой аналог

XI.2. Различия и преимущества ODTOE-формулировки

Различия.

- **Источник энергетического условия.** В [6] WEC принимается как *постулат* на тензор энергии-импульса; в ODTOE WEC *выводится* из позитивности B-функционала и идемпотентности SYNC-проектора [17] L8.

- **Дискретность Φ-итерации.** В [6] фокусировка анализируется на непрерывных геодезических; в ODTOE — на дискретной Φ-итерационной последовательности (с непрерывным пределом). Это даёт более явную связь с фундаментальной квантовой природой ODTOE.

- **Концевая точка C_N как граничный объект $\overline{\mathcal{C}}$.** В [6] точка сингулярности *отсутствует* в M^4 (множество $\overline{M}\setminus M$); в ODTOE точка C_N *существует* в $\overline{\mathcal{C}}$, но не несёт J_O^+-структуры. Это сдвигает онтологический акцент с «удалённой точки» на «обнулённого наблюдателя».

Структурные преимущества.

- **Анти-циркулярная чистота.** В [6] WEC и существование захваченной поверхности — независимые постулаты; в ODTOE оба выводятся из ODTOE-формализма (WEC из L8 [17], захваченная конфигурация из E.D1 + J_O^+ [15]).

- **Совместимость с динамическим аттрактором.** ODTOE-формулировка явно совместима с теорией аттракторов [20] §IV: концевая точка C_N есть граничный объект бассейна аттрактора $\mathrm{Fix}(\Phi)$, а не «удалённая сингулярность».

XI.3. Положение E.T1 в таксономии Senovilla 1998

По таксономии [10] (Senovilla 1998 §3–§5) теоремы о сингулярностях классифицируются по: (i) типу энергетического условия (WEC/NEC/SEC/DEC); (ii) типу маркера фокусировки (захваченная поверхность, поверхность Коши, изначальная фокусирующая поверхность); (iii) типу глобальной структуры (глобальная гиперболичность, отсутствие замкнутых временеподобных кривых); (iv) выводу (геодезическая неполнота, ограниченность кривизны, обрыв продолжения).

Положение E.T1.

- Энергетическое условие: **WEC** ([10] §3, наиболее слабое классическое условие; достаточно для Penrose 1965 [1]).

- Маркер фокусировки: **захваченная конфигурация** ([10] §4.2, Penrose-типа).

- Глобальная структура: **глобальная гиперболичность** ([10] §4.1).

- Вывод: Φ-**итерационная неполнота**, аналог геодезической неполноты.

По [10] §5 это подсемейство теорем Penrose-типа ([1]); E.T1 даёт ODTOE-инстанциацию в этом подсемействе. Comparator family: Hawking 1966 I [2], Hawking 1967 III [4] (Hawking-типа, фокусирующая поверхность); Hawking-Penrose 1970 [6] (унифицированная). E.T1 не покрывает всю семью Hawking-Penrose 1970 (расширение на фокусирующую поверхность типа Hawking — открытый вопрос §XII), но покрывает Penrose-подсемью полностью.

XII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОТКРЫТЫЕ ВОПРОСЫ

XII.1. Сводный итог

Настоящая работа закрывает маркер *[OPEN: B-zero boundary topology]* статьи C [18] §VII.5 в следующем смысле:

1. Топологическая структура границы $\partial_B \mathcal{C}$ описана трихотомией Опций A/B/C; Опция A исключена; Опции B и C совместимы, причём для целей доказательства E.T1 достаточно структурного признака (SR) (E.F5), общего для обеих оставшихся опций (§III).
2. Критерий конечного аффинного параметра Φ-итерации установлен теоремой E.T2 (§IV.3) с явным анти-циркулярным аудитом.
3. Формальное определение захваченной ODTOE-конфигурации (E.D1) дано через J_O^+ с явной связью к Penrose 1965 [1] (§V).
4. ODTOE-аналог уравнения Раячудхари для Φ-итерации сформулирован и доказан (E.L1, §VI.2) с явным анти-циркулярным аудитом.
5. Полная теорема ODTOE-сингулярности E.T1 (§VIII) доказана в пять шагов (§IX) с явным анти-циркулярным аудитом (§IX.7).
6. Аналог геодезической неполноты обсуждён в смысле Геро 1968 [5] (§X).
7. Положение E.T1 в таксономии Senovilla 1998 [10] установлено (§XI.3).

В корпусной нумерации C.T3 [18] §VII.3 переводится из status: HYPOTHESIS в status: THEOREM *логически* через E.T1.

XII.2. Открытые вопросы и перспективы

O1. Физическое снятие маркера C.T3 (status: HYPOTHESIS) в [18]. Настоящая работа закрывает маркер *логически* (через E.T1), но *физически* файл [18] остаётся в текущем состоянии. Снятие маркера [18] (7.3) и обновление C.T3 от status: HYPOTHESIS до status: THEOREM — отдельная задача (RT-1.5 ROADMAP, AC-8). Это не входит в коммит-окно настоящей статьи (BL-24).

O2. Окончательный выбор Опции B vs Опция C трихотомии §III.4. Маркер *[OPEN: option selection]* остаётся открытым. Для разрешения требуется анализ конформной структуры оператора наблюдения $\hat{O}$ (статья «Конформная структура $\hat{O}$ в ODTOE» — будущая работа корпуса).

O3. Обобщение E.T1 на семью Hawking-Penrose 1970 [6]. Покрытие Penrose-подсемьи полное; расширение на фокусирующую поверхность типа Hawking 1966–67 I/II/III [2, 3, 4] (фокусирующая 3-поверхность вместо 2-захваченной поверхности) — открытая задача. Технически требуется аналог фокусировочного оператора для временеподобных конгруэнций в ODTOE.

O4. Глобальная структура $\overline{\mathcal{C}}$ как многообразия с углами. Опция C трихотомии указывает на стратифицированную структуру $\partial_B\mathcal{C}$ с углами и рёбрами; формализация в духе Lee [12] Ch. 16 (многообразия с углами) — открытая задача.

O5. Численная верификация Φ-итерации в окрестности $\partial_B\mathcal{C}$. Эмпирическое подтверждение траекторий Φ-итерации с $\Sigma\Delta\tau_n < \infty$ через численное моделирование (E.F2) в режиме коллапса — открытая задача (требует адаптации фреймворка [20] §IV.3 на ∂_B-зону).

XII.3. Связь с программой ODTOE

В программе *[18]* §XIV.3 этап 3 закрытия трёхэтапной программы был представлен в [18] как «Уравнение Эйнштейна как Φ-самосогласованность + двух-путевой Бианки + ODTOE-аналог теоремы о сингулярностях». Из этих трёх компонент первые два (C.T1, C.T2) полностью доказаны в [18]; третий (C.T3) представлен в [18] как эскиз с явным маркером HYPOTHESIS.

Настоящая работа закрывает третий компонент:

- Этап 1 (тензорный слой): закрыт [16] (статья A).
- Этап 2 (источник): закрыт [17] (статья B).
- Этап 3 (замыкание): закрыт [18] для C.T1 и C.T2; для C.T3 — закрыт настоящей работой (статья E).

Это *последний* необходимый компонент для полного закрытия программы [18] §XIV.3 в смысле ODTOE-аналога классической теории сингулярностей. С точки зрения корпуса это синхронизирует ODTOE-гравитационный стек с классической Hawking-Penrose таксономией [10] на уровне теорем.

Положение в программе T0 и явная делегация замыкания. Полный синтез гравитационной программы ODTOE инкапсулирован в работе [19] (`ODTOE_einstein_full_closure`): она объединяет статьи [16] (тензорный слой A), [17] (источник B), [18] (замыкание C) и [15] (причинная структура D) в единое замыкание T0 $\to$ A $\to$ B $\to$ C $\to$ XL программы и явно делегирует доказательство C.T3 [18] §VII.5 (соответственно — закрытие маркера *[OPEN: B-zero boundary topology]*) в *отдельную статью* серии. Настоящая статья E есть та самая делегированная работа: она замыкает оставшийся открытый компонент в [19], переводит C.T3 в статус THEOREM логически, и тем самым превращает синтез [19] из «программы с одним открытым маркером» в полное замыкание гравитационной цепи. После настоящей работы каждое утверждение, на которое опирается [19] §VIII закрытия, имеет статус THEOREM в корпусе; единственным остаточным шагом является физическое снятие маркера в файле [18] (открытый вопрос O1 §XII.2).

БЛАГОДАРНОСТИ И ИНСТРУМЕНТЫ

Автор благодарит сообщество исследователей наблюдатель-зависимых интерпретаций общей теории относительности и квантовой механики за обсуждения ключевых идей закрытия теоремы C.T3 от эскиза до полного доказательства; обсуждения структурного признака (SR) трихотомии Опций A/B/C для $\partial_B \mathcal{C}$ и формального определения захваченной ODTOE-конфигурации через J^+_O были особенно плодотворны. Подготовка текста выполнена с использованием LaTeX-дистрибутива `tectonic` (XeLaTeX-совместимый компилятор), `pandoc` для генерации форматов `.docx` и `.md`, и Python-инструмента `tex2md.py` для генерации чистого markdown. В черновой подготовке привлекался AI-ассистент в роли инструмента структурирования и перекрёстной проверки с корпусом ODTOE; все содержательные утверждения, формулы, доказательства, анти-циркулярные аудиты и интерпретации находятся под авторской ответственностью.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов в отношении содержания настоящей работы.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Настоящее исследование не получало внешнего финансирования. Работа выполнена в порядке независимой исследовательской инициативы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Замечание о порядке. Список литературы упорядочен в трёх концептуальных блоках [L-35-ext]: (1) фундаментальные классические работы по теоремам о сингулярностях (Penrose 1965; Hawking 1966–67 I/II/III; Geroch 1968; Hawking-Penrose 1970), монографии (Hawking-Ellis 1973; Penrose 1979 в Einstein Centenary Survey; Wald 1984), обзор (Senovilla 1998) и общая топология / гладкие многообразия (Munkres 2000; Lee 2012); (2) препринты автора по корпусу ODTOE в порядке первого цитирования в тексте. Раздел референсных данных отсутствует, так как настоящая статья — чисто топологическая работа по замыканию C.T3 §VII.5 [OPEN] из [18].

1. Penrose, R. Gravitational collapse and space-time singularities. *Phys. Rev. Lett.* 14(3), 57–59 (1965). DOI: 10.1103/PhysRevLett.14.57.

2. Hawking, S.W. The occurrence of singularities in cosmology. *Proc. Roy. Soc. Lond. A* 294, 511–521 (1966). DOI: 10.1098/rspa.1966.0221.

3. Hawking, S.W. The occurrence of singularities in cosmology. II. *Proc. Roy. Soc. Lond. A* 295, 490–493 (1966). DOI: 10.1098/rspa.1966.0255.

4. Hawking, S.W. The occurrence of singularities in cosmology. III. Causality and singularities. *Proc. Roy. Soc. Lond. A* 300, 187–201 (1967). DOI: 10.1098/rspa.1967.0164.

5. Geroch, R. What is a singularity in general relativity? *Annals of Physics* 48(3), 526–540 (1968). DOI: 10.1016/0003-4916(68)90144-9.

6. Hawking, S.W., Penrose, R. The singularities of gravitational collapse and cosmology. *Proc. Roy. Soc. Lond. A* 314, 529–548 (1970). DOI: 10.1098/rspa.1970.0021.

7. Hawking, S.W., Ellis, G.F.R. *The Large Scale Structure of Space-Time*. Cambridge University Press (1973). ISBN: 0-521-09906-4.

8. Penrose, R. Singularities and time-asymmetry. In: *General Relativity: An Einstein Centenary Survey* (eds. S.W. Hawking, W. Israel), Cambridge University Press, ch. 12, pp. 581–638 (1979). ISBN: 0-521-29928-4.

9. Wald, R.M. *General Relativity*. The University of Chicago Press (1984). ISBN: 0-226-87033-2.

10. Senovilla, J.M.M. Singularity theorems and their consequences. *Gen. Rel. Grav.* 30(5), 701–848 (1998). DOI: 10.1023/A:1018801101244.

11. Munkres, J.R. *Topology*, 2nd ed. Prentice Hall (2000). ISBN: 0-13-181629-2.

12. Lee, J.M. *Introduction to Smooth Manifolds*, 2nd ed. Springer GTM 218 (2012). ISBN: 978-1-4419-9981-8.

13. Панкратов, А. С. *Теория всего: наблюдатель-зависимая*. Препринт (2026). Slug: `ODTOE_article`.

14. Панкратов, А. С. *Гравитация как синхронизация наблюдателей: вывод гравитационной постоянной из первых принципов ODTOE при структурной гипотезе $C = B^2$*. Препринт (2026). Slug: `ODTOE_gravity_v2`.

15. Панкратов, А. С. *Гравитация и причинная структура пространства-времени в ODTOE*. Препринт (2026). Slug: `ODTOE_gravity_causal_structure`.

16. Панкратов, А. С. *Тензорная структура гравитации в ODTOE*. Препринт (2026). Slug: `ODTOE_gravity_tensor_structure`.

17. Панкратов, А. С. *Тензор энергии-импульса $T_{\mu\nu}$ и космологическая постоянная Λ из когерентности наблюдателя в ODTOE*. Препринт (2026). Slug: `ODTOE_gravity_T_munu_projector`.

18. Панкратов, А. С. *Полная деривация уравнения Эйнштейна в ODTOE: дуальный путь Бианки и теорема о сингулярностях С.Т3*. Препринт (2026). Slug: `ODTOE_einstein_derivation_complete`.

19. Панкратов, А. С. *Полное замыкание ODTOE-Эйнштейн программы: интеграционный синтез*. Препринт (2026). Slug: `ODTOE_einstein_full_closure`.

20. Панкратов, А. С. *Динамический аттрактор в ODTOE: эволюционная монадология и энергоинформационная плотность мировой линии*. Препринт (2026). Slug: `ODTOE_dynamic_attractor`.

21. Панкратов, А. С. *Единый оператор самонаблюдения: от физических констант через тороидальную геометрию к структуре языка*. Препринт (2026). Slug: `ODTOE_unified_operator`.

22. Панкратов, А. С. *Земля как кластер наблюдателей: согласование вселенных в ODTOE*. Препринт (2026). Slug: `ODTOE_collective_observer`.