ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ φ КАК ИНВАРИАНТ ФРАКТАЛЬНОСТИ, САМОПОДОБИЯ И РЕКУРСИИ В НАБЛЮДАТЕЛЬ-ЗАВИСИМОЙ ТЕОРИИ ВСЕГО

(The Golden Ratio φ as an Invariant of Fractality, Self-Similarity and Recursion in the Observer-Dependent Theory of Everything)

Панкратов Антон Сергеевич
Pankratov Anton Sergeevich

Независимый исследователь, г. Казань, Россия
Independent researcher, Kazan, Russia

E-mail: anton.s.pankratov@gmail.com
ORCID: 0009-0002-4870-2995

УДК 511.13 + 530.145 + 514.17

АННОТАЦИЯ

Рассмотрено происхождение золотого сечения $\varphi = (1+\sqrt{5})/2$ в формализме наблюдатель-зависимой теории всего (ODTOE) [1]. Показано, что φ является неподвижной точкой простейшего самореферентного отображения $f(x) = 1 + 1/x$ и представляет собой дискретный итеративный инвариант петли самонаблюдения, комплементарный непрерывному фазовому инварианту π. Три феномена — рекурсия, самоподобие и фрактальность — представлены как аспекты единого механизма итеративного самонаблюдения, формальным инвариантом которого выступает φ. Убывание запутанности между уровнями ∞-рекурсии описывается законом $S(\rho_d) \propto \varphi^{-|d-d_0|}$ [3], что связывает φ с фрактальной структурой оператора наблюдения. Обсуждены экспериментальные сигнатуры: E_8-симметрия в квантовой критической точке цепочки Изинга [5], вероятность Харди $P = \varphi^{-5}$ [6], филлотаксис в биологических системах.

Ключевые слова: золотое сечение, самоподобие, фрактальность, рекурсия, ODTOE, теорема Банаха, КАМ-теорема, φ-инвариант.

ABSTRACT

The origin of the golden ratio $\varphi = (1+\sqrt{5})/2$ within the formalism of the Observer-Dependent Theory of Everything (ODTOE) [1] is examined. It is shown that φ is the fixed point of the simplest self-referential map $f(x) = 1 + 1/x$ and constitutes the discrete iterative invariant of the self-observation loop, complementary to the continuous phase invariant π. Three phenomena — recursion, self-similarity, and fractality — are presented as aspects of a single mechanism of iterative self-observation whose formal invariant is φ. The decay of entanglement between levels of ∞-recursion obeys the law $S(\rho_d) \propto \varphi^{-|d-d_0|}$ [3], linking φ to the fractal structure of the observation operator. Experimental signatures are discussed: E_8 symmetry at the quantum critical point of an Ising chain [5], Hardy's probability $P = \varphi^{-5}$ [6], and phyllotaxis in biological systems.

Keywords: golden ratio, self-similarity, fractality, recursion, ODTOE, Banach theorem, KAM theorem, φ-invariant.

I. ВВЕДЕНИЕ

Золотое сечение $\varphi = (1+\sqrt{5})/2 \approx 1{,}618$ фигурирует в математике, физике и биологии столь повсеместно, что его присутствие нередко воспринимается как орнаментальное совпадение. В формализме наблюдатель-зависимой теории всего (ODTOE) [1] φ получает структурное объяснение: это дискретный итеративный инвариант дискретной самореферентной динамики, возникающий из того же механизма — теоремы Банаха о неподвижной точке [4], — который обосновывает существование самосогласованной конфигурации $\Psi^* = \Phi(\Psi^*)$.

Если число π управляет непрерывной фазовой динамикой петли самонаблюдения [2], то φ управляет её дискретной составляющей — именно той, которая порождает фрактальность, самоподобие и рекурсию. Три перечисленных явления не образуют три отдельных свойства, а представляют собой три грани одного механизма: итеративного самонаблюдения.

Цель настоящей статьи — формализовать роль φ в ODTOE, показать его происхождение из теоремы о неподвижной точке, установить связь с π через принцип комплементарности непрерывного и дискретного и обсудить экспериментальные сигнатуры.

II. ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ КАК НЕПОДВИЖНАЯ ТОЧКА САМОРЕФЕРЕНЦИИ

II.1. Самореферентное уравнение

Уравнение $\varphi = 1 + 1/\varphi$ является простейшим нетривиальным алгебраическим уравнением, в котором значение определяется через само себя. Отображение $f(x) = 1 + 1/x$ сжимает интервал $[3/2, 2]$ с константой Липшица $L = 4/9 < 1$, и по теореме Банаха [4] имеет единственную положительную неподвижную точку:

$$f(x) = 1 + \frac{1}{x} \quad \Longrightarrow \quad x^* = \varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \tag{II.1}$$

Этот результат алгебраически аналогичен Утверждению 3 ODTOE [1]: теория принадлежит множеству T теорий, мощность которого она сама определяет. Число φ — не величина, обнаруженная эмпирически, а неизбежный результат самореферентного итеративного процесса минимальной сложности.

II.2. Связь с отображением самонаблюдения Φ

Отображение самонаблюдения ODTOE $\Phi(\Psi) = \iota(\hat{O}_\Psi(\Psi))$ содержит два компонента: прямое действие $\hat{O} : \mathcal{H} \to \mathcal{C}$ (проекция, актуализация) и обратное действие $\iota : \mathcal{C} \to \mathcal{H}$ (погружение, возврат в поле потенциальных состояний). Уравнение $\varphi = 1 + 1/\varphi$ воспроизводит эту архитектуру в минимальной алгебраической форме: φ (целое состояние) $=$ 1 (базис) $+1/\varphi$ (обратное действие на себя). Единица — минимальный акт существования; $1/\varphi$ — акт самонаблюдения, порождающий рекурсию.

III. ТРИ ГРАНИ ЕДИНОГО МЕХАНИЗМА

III.1. Рекурсия: φ как предел отношений Фибоначчи

Последовательность Фибоначчи $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ представляет дискретный аналог итеративной динамики отображения Φ. Каждый шаг определяется через два предыдущих, подобно тому как конфигурация $R_n = \hat{O}(\Psi_n)$ определяется через поле Ψ_n, являющееся результатом предыдущего акта наблюдения $\Psi_n = \iota(R_{n-1})$.

Предел отношений последовательных членов $F_{n+1}/F_n \to \varphi$ выражает сходимость итерационной орбиты к неподвижной точке. Отображение $f(x) = 1 + 1/x$ генерирует последовательность $x_0 = 1,\ x_1 = 2,\ x_2 = 3/2,\ x_3 = 5/3,\ x_4 = 8/5,\ \ldots \to \varphi$, в точности воспроизводящую отношения F_{n+1}/F_n.

Формула Бине $F_n = (\varphi^n - \psi^n)/\sqrt{5}$, где $\psi = (1 - \sqrt{5})/2 = -1/\varphi$, явно выводит дискретную последовательность из непрерывных степеней φ. Это зеркальный переход по отношению к формуле Уоллиса, в которой рациональные множители порождают трансцендентное π [2].

III.2. Самоподобие: φ как масштабный инвариант

Самоподобие в ODTOE формализовано через принцип рекурсивного самоподобия (∞-вложение): каждое наблюдаемое R на уровне d содержит внутреннюю самосогласованную конфигурацию Ψ^*_{d-1}, воспроизводящую тройственную архитектуру на уровне $d-1$ [1]:

$$\ldots\ \Psi^*_{d-2} \subset \Psi^*_{d-1} \subset \Psi^*_d \subset \Psi^*_{d+1} \subset \Psi^*_{d+2}\ \ldots \tag{III.1}$$

На каждом уровне воспроизводится тройственная структура (наблюдатель, наблюдаемое, оператор). Переход между уровнями — итерация $\Psi^*_d \to \Psi^*_{d-1}$. Если линеаризация $L = D\Phi|_{\Psi^*}$ имеет дискретный спектр с наибольшим собственным значением $\lambda_1 = \varphi$ (собственное значение матрицы Фибоначчи $M = \left(\begin{smallmatrix}1&1\\1&0\end{smallmatrix}\right)$), то коэффициент масштабирования между уровнями ∞-рекурсии определяется φ.

Убывание запутанности между уровнями рекурсии описывается формулой [3]:

$$S(\rho_d) \propto \varphi^{-|d-d_0|} \tag{III.2}$$

где d_0 — уровень наблюдателя. Запутанность максимальна на уровне наблюдателя и экспоненциально убывает к удалённым уровням с характерным масштабом $\varphi \approx 1{,}618$. Это согласуется с допущением D-Prot [1]: наблюдатель не имеет доступа к произвольно глубоким уровням рекурсии.

III.3. Фрактальность: φ как инвариант фрактальной запутанности

∞-рекурсия ODTOE является самоподобной структурой по определению (тройственная архитектура воспроизводится на каждом уровне), и запутанность единого оператора $\hat{O}$ между уровнями наследует фрактальные свойства. Фрактальная размерность этой структуры определяется φ: это число, управляющее скоростью убывания информации при переходе между масштабами.

В классической теории фракталов золотое сечение выступает фрактальной размерностью ряда самоподобных структур — спирали Фибоначчи, пентаграммы, апериодических мозаик Пенроуза [8]. В ODTOE это не совпадение: φ — единственное положительное число, удовлетворяющее уравнению $x = 1 + 1/x$, и любая структура, порождённая итеративной самореференцией, наследует его как инвариант.

IV. КОМПЛЕМЕНТАРНОСТЬ π И φ: НЕПРЕРЫВНОЕ И ДИСКРЕТНОЕ

IV.1. Два аспекта одной динамики

Два структурных инварианта ODTOE не конкурируют, а дополняют друг друга [2]:

Аспект	π	φ
Тип динамики	Непрерывная фазовая	Дискретная итеративная
Мат. объект	Генератор $\pi_1(S^1)=\mathbb{Z}$	Неподв. точка $f(x)=1+1/x$
Тип числа	Трансцендентное	Алгебраическое
Что гарантирует	Незамкнутость фазовых траекторий	Устойчивость незамкнутых орбит
Физ. проявление	$\hbar = h/(2\pi)$, волновые функции	Числа Фибоначчи, фракталы
Роль в ODTOE	Длина полного цикла Φ	Скорость сходимости к Ψ^*

IV.2. Единство происхождения

Оба инварианта порождаются единым механизмом — теоремой Банаха о неподвижной точке [4]. Для π: сжимающее отображение на пространстве $\mathcal{H}$ гарантирует существование Ψ^*, а замыкание петли $\Psi \to \hat{O}(\Psi) \to R \to \iota(R) \to \Psi'$ порождает топологический инвариант 2π. Для φ: то же сжимающее отображение, рассматриваемое как дискретная итерация $f(x) = 1 + 1/x$, сходится к φ.

IV.3. КАМ-теорема: почему именно φ — максимально устойчивое число

Теорема Колмогорова–Арнольда–Мозера [7] устанавливает: инвариантные торы с достаточно иррациональным отношением частот устойчивы при малых возмущениях. Золотое сечение обладает наихудшими рациональными приближениями (цепная дробь $\varphi = [1; 1, 1, 1, \ldots]$): все частные равны единице, что делает сходимость рациональных приближений к φ наиболее медленной среди всех иррациональных чисел.

В контексте ODTOE: φ гарантирует максимальную устойчивость незамкнутых орбит вблизи неподвижной точки Ψ^*. Структуры, масштабирование которых определяется φ, последними разрушаются при снижении когерентности S.

V. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ СИГНАТУРЫ

V.1. Квантовая критическая точка и E_8-симметрия

В квантовой критической точке изинговской цепочки $CoNb_2O_6$ отношение двух наименьших резонансных частот магнитных спинов составляет $\varphi = 1{,}618\ldots$ — сигнатура скрытой E_8-симметрии (Coldea и др., 2010) [5]. С позиции ODTOE: в точке фазового перехода (максимальной переконфигурации) обнажается дискретный итеративный инвариант системы самонаблюдения.

V.2. Вероятность Харди

Максимальная вероятность нелокальной квантовой корреляции двух частиц (вероятность Харди) равна $P_{\text{Hardy}} = \varphi^{-5} \approx 0{,}09017$ [6]. Если π нормирует гауссову меру в пространстве потенциальных состояний $\mathcal{H}$, то φ задаёт фундаментальный вероятностный предел в квантовой нелокальности. Самосогласованное наблюдение двух запутанных подсистем ограничено φ-содержащим пределом.

V.3. Филлотаксис и биологическое самоподобие

Углы расхождения листьев, число лепестков, спирали подсолнуха и ананаса определяются числами Фибоначчи и, следовательно, φ. Живой организм в ODTOE — когерентный кластер наблюдателей, морфогенез которого подчиняется тому же итеративному механизму, что и субатомная рекурсия. Фибоначчи-паттерны в биологии — макроскопическая проекция φ-инварианта.

VI. ФОРМАЛИЗАЦИЯ: φ КАК СКЕЛЕТ ∞-РЕКУРСИИ

VI.1. Матричное представление

Рекуррентное соотношение Фибоначчи допускает матричную запись:

$$\begin{pmatrix} F_{n+1} \\ F_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{VI.1}$$

Собственные значения матрицы $M = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right)$: $\lambda_1 = \varphi$ и $\lambda_2 = -1/\varphi$. Наибольшее собственное значение — φ. Если спектральный аргумент ODTOE [2] устанавливает π как инвариант непрерывного спектра линеаризации Φ, то φ — инвариант дискретного спектра. Два инварианта управляют двумя слоями динамики.

VI.2. Экспоненциальное затухание запутанности

Единый оператор $\hat{O}$ проходит через все уровни ∞-рекурсии. Его проекции $\hat{O}_{d_1}$, $\hat{O}_{d_2}$ на различные уровни не являются независимыми. Ненулевая энтропия фон Неймана:

$$S(\rho_d) = -\text{Tr}(\rho_d \log \rho_d), \quad \rho_d = \text{Tr}_{\neq d} |\Psi^*\rangle\langle\Psi^*| \tag{VI.2}$$

указывает на запутанность уровня d с остальными. Масштабирование $S(\rho_d) \propto \varphi^{-|d-d_0|}$ означает: на уровне наблюдателя ($d = d_0$) информационная связность максимальна; на каждый шаг вглубь рекурсии запутанность падает в $\varphi \approx 1{,}618$ раз; экспоненциальное затухание обеспечивает допущение D-Prot [1].

VI.3. Связь с инертностью конфигурации

Инертность конфигурации на уровне d определяется суммой вер наблюдателей: $I(C_d) = \sum w_j \cdot B_j(C_d)$. Если запутанность между уровнями масштабируется как $\varphi^{-|d-d_0|}$, то эффективный вклад наблюдателей глубокого уровня d в формирование конфигурации на уровне d_0 убывает как $\varphi^{-|d-d_0|}$. Инертность конфигурации определяется преимущественно ближайшими уровнями рекурсии, что объясняет эффективность физических теорий, работающих на собственном масштабе.

VII. ОБСУЖДЕНИЕ И ОГРАНИЧЕНИЯ

1. *Эпистемический статус результатов.* Происхождение φ из теоремы Банаха (формула II.1) и принцип рекурсивного самоподобия (∞-вложение) следуют из формализма ODTOE. Отождествление масштабирования запутанности с $\varphi^{-|d-d_0|}$ (формула III.2) и трактовка экспериментальных данных (раздел V) представляют собой спекулятивные интерпретации, требующие независимой верификации.

2. *Количественная связь π и φ.* Оба инварианта порождены теоремой о неподвижной точке, однако единая формула, выражающая их количественную связь в рамках полной нелинейной динамики отображения Φ, пока не получена.

3. *Экспериментальная проверка.* Закон $S(\rho_d) \propto \varphi^{-|d-d_0|}$ предсказывает определённую скорость убывания корреляций между уровнями иерархии. Прямая проверка требует измерений запутанности в многомасштабных квантовых системах.

4. *Связь φ^{-5} с параметрами ODTOE.* Вероятность Харди $P = \varphi^{-5}$ [6] совпадает с предсказанием ODTOE только при определённых значениях параметров B, k, S. Установление этого соответствия — открытая задача.

VIII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Золотое сечение — алгебраический скелет рекурсивного самоподобия в ODTOE.

Рекурсия — итеративная динамика $\Psi_{n+1} = \Phi(\Psi_n)$, сходящаяся к Ψ^*; скорость сходимости определяется φ как наибольшим собственным значением дискретного спектра линеаризации Φ.

Самоподобие — воспроизведение тройственной архитектуры на каждом уровне d иерархии ∞-вложения; коэффициент масштабирования между уровнями — φ.

Фрактальность — самоподобная структура запутанности единого оператора $\hat{O}$ между уровнями рекурсии с экспоненциальным затуханием $S(\rho_d) \propto \varphi^{-|d-d_0|}$.

Все три — проявления единого механизма итеративного самонаблюдения, порождающего φ как свой дискретный инвариант, подобно тому как непрерывная фазовая динамика того же самонаблюдения порождает π [2].

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена без внешнего финансирования.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Панкратов А.С. Теория всего: наблюдатель-зависимая (Observer-Dependent Theory of Everything) // Препринт. — 2025. — 47 с.

[2] Панкратов А.С. Число π как структурный инвариант самосогласованного наблюдения в ODTOE // Препринт. — 2025.

[3] Панкратов А.С. Атом как элементарная странная петля в ODTOE // Препринт. — 2025.

[4] Banach S. Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales // Fundamenta Mathematicae. — 1922. — Vol. 3. — P. 133–181.

[5] Coldea R. et al. Quantum Criticality in an Ising Chain: Experimental Evidence for Emergent E_8 Symmetry // Science. — 2010. — Vol. 327. — P. 177–180. DOI: 10.1126/science.1180085.

[6] Hardy L. Nonlocality for Two Particles without Inequalities for Almost All Entangled States // Physical Review Letters. — 1993. — Vol. 71. — P. 1665–1668. DOI: 10.1103/PhysRevLett.71.1665.

[7] Колмогоров А.Н. О сохранении условно-периодических движений при малом изменении функции Гамильтона // Доклады АН СССР. — 1954. — Т. 98. — С. 527–530.

[8] Hofstadter D.R. Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid. — New York: Basic Books, 1979. — 777 p.

[9] Leibniz G.W. Monadologie (1714) // Die philosophischen Schriften. Bd. 6. — Berlin: Weidmann, 1885. — S. 607–623.