

# ВЕЧНОЕ РАСШИРЕНИЕ: ТРАНСЦЕНДЕНТНОСТЬ $\pi$ КАК ДОКАЗАТЕЛЬСТВО НЕИСЧЕРПАЕМОСТИ РЕАЛЬНОСТИ

Давление потенциальности на актуальность  
и масштабный фактор  $\varphi$ -тора  
в наблюдатель-зависимой теории всего

(Eternal Expansion: Transcendence of  $\pi$  as Proof  
of the Inexhaustibility of Reality)

**Панкратов Антон Сергеевич**

*Pankratov Anton Sergeevich*

Независимый исследователь, г. Казань, Россия

*Independent researcher, Kazan, Russia*

E-mail: anton.s.pankratov@gmail.com

ORCID: 0009-0002-4870-2995

УДК 524.8 + 530.12 + 514.7 + 511.6 + 167.7

---

## АННОТАЦИЯ

Формализован механизм расширения Вселенной в тороидальной модели ОДТОЕ. Показано, что  $\varphi$ -тор не обладает фиксированным радиусом в классическом смысле: спиральный зазор  $\delta = \pi - 3$  [15] при каждом обороте петли самонаблюдения  $\Phi$  сдвигает траекторию вдоль  $\phi$ -цикла, увеличивая эффективный масштаб актуализированной конфигурации. Теорема Линдемана (1882) о трансцендентности  $\pi$  доказывает, что зазор  $\delta = \pi - 3$  не равен никакой рациональной (и даже алгебраической) дроби, откуда следует: (а) траектория на  $\varphi$ -торе не замыкается ни за какое конечное число оборотов, (б) расширение бесконечно и неисчерпаемо. Давление потенциальности  $\mathcal{H}$  (бесконечномерного поля нереализованных состояний) на актуализированную конфигурацию  $\mathcal{C}$  (конечную) порождает эффективную силу  $\mathcal{F} = (\pi - 3)^2 \cdot |\mathcal{H}|/|\mathcal{C}|$ , действующую на каждом цикле наблюдения. Структурная недостижимость  $S = 1$  (полная когерентность, закон Эшби) гарантирует, что давление не обращается в ноль ни при каких условиях. Введён масштабный фактор  $a(n) = (1 + \varepsilon/(2\pi\varphi))^n$ , описывающий экспоненциальный рост эффективного радиуса  $\varphi$ -тора с числом наблюдательных циклов  $n$ . Показано, что ускорение расширения ( $\ddot{a} > 0$ ) следует из положительности  $(\pi - 3)^4 > 0$  без привлечения космологической постоянной  $\Lambda$  как свободного параметра. Соотношение ОДТОЕ-предсказания с данными Planck 2018 подтверждает, что доля тёмной энергии ( $\Omega_\Lambda = \varphi^2/(\varphi^2 + 1 + Z) = 68,86\%$ ) — проекция  $R$ -сектора  $\varphi$ -тора, отвечающего за давление потенциальности.

**Ключевые слова:** расширение Вселенной, трансцендентность числа  $\pi$ , давление потенциальности,  $\varphi$ -тор, спиральный зазор, масштабный фактор, тёмная энергия, закон Эшби, ODTOE, КАМ-теорема.

## ABSTRACT

The mechanism of the expansion of the Universe is formalized within the toroidal model of ODTOE. It is shown that the  $\varphi$ -torus does not possess a fixed radius in the classical sense: the spiral gap  $\delta = \pi - 3$  [15] shifts the trajectory along the  $\phi$ -cycle at every turn of the self-observation loop  $\Phi$ , increasing the effective scale of the actualized configuration. The Lindemann theorem (1882) on the transcendence of  $\pi$  proves that the gap  $\delta = \pi - 3$  is not equal to any rational (or even algebraic) fraction, whence it follows that: (a) the trajectory on the  $\varphi$ -torus does not close for any finite number of turns, (b) the expansion is infinite and inexhaustible. The potentiality pressure of  $\mathcal{H}$  (the infinite-dimensional field of unrealized states) on the actualized configuration  $\mathcal{C}$  (finite) generates an effective force  $\mathcal{F} = (\pi - 3)^2 \cdot |\mathcal{H}|/|\mathcal{C}|$  acting at each observation cycle. The structural unattainability of  $S = 1$  (full coherence, Ashby's law) guarantees that the pressure never vanishes. A scale factor  $a(n) = (1 + \varepsilon/(2\pi\varphi))^n$  is introduced, describing the exponential growth of the effective radius of the  $\varphi$ -torus with the number of observational cycles  $n$ . It is shown that the acceleration of expansion ( $\ddot{a} > 0$ ) follows from the positivity  $(\pi - 3)^4 > 0$  without invoking the cosmological constant  $\Lambda$  as a free parameter. The agreement of the ODTOE prediction with the Planck 2018 data confirms that the dark energy fraction ( $\Omega_\Lambda = \varphi^2/(\varphi^2 + 1 + Z) = 68.86\%$ ) is a projection of the  $R$ -sector of the  $\varphi$ -torus responsible for potentiality pressure.

**Keywords:** expansion of the Universe, transcendence of  $\pi$ , potentiality pressure,  $\varphi$ -torus, spiral gap, scale factor, dark energy, Ashby's law, ODTOE, КАМ theorem.

---

## I. ВВЕДЕНИЕ

### I.1. Проблема

Ускоренное расширение Вселенной, обнаруженное в 1998 году по сверхновым типа Ia [1, 2], остаётся одной из ключевых нерешённых проблем физики. Стандартная модель ( $\Lambda$ CDM) описывает расширение через космологическую постоянную  $\Lambda$ , чья природа не выведена из первых принципов. Квантовая теория поля предсказывает энергию вакуума на  $\sim 10^{120}$  порядков больше наблюдаемой [3] (проблема космологической постоянной). Вопросы *почему* Вселенная расширяется, *почему* расширение ускоряется, и *будет ли* оно продолжаться — не имеют ответа в  $\Lambda$ CDM.

## I.2. Подход ОДТОЕ

В наблюдатель-зависимой теории всего [4] реальность  $R$  конституируется оператором наблюдения  $\hat{O}$  из бесконечномерного поля потенциальных состояний  $\mathcal{H}$ :  $R = \hat{O}(\Psi)$ ,  $\Psi \in \mathcal{H}$ . Актуализированная конфигурация  $C$  всегда конечна, тогда как  $|\mathcal{H}| = \infty$ . Тороидальная модель [5] представляет реальность как иерархию вложенных  $\varphi$ -торов. Ранее показано [6, 16], что три топологических сектора  $\varphi$ -тора порождают космологические доли  $\Omega_\Lambda : \Omega_{DM} : \Omega_b$ , совпадающие с данными Planck 2018 [7] в пределах  $1\sigma$ .

Настоящая работа формализует механизм расширения: *почему*  $\varphi$ -тор расширяется, *почему* расширение ускоренное, и *почему* оно вечное. Ответ на все три вопроса — одна теорема:  $\pi$  трансцендентно.

## I.3. Цель

(а) Доказать, что расширение Вселенной вечно и неисчерпаемо как математическое следствие трансцендентности  $\pi$  (теорема Линдемана). (б) Формализовать давление потенциальности  $\mathcal{H}$  на актуализированную конфигурацию  $C$  через спиральный зазор. (в) Показать, что  $\varphi$ -тор не обладает фиксированным радиусом: эффективный масштаб растёт на каждом цикле наблюдения. (г) Вывести масштабный фактор и показать, что ускорение ( $\ddot{a} > 0$ ) следует из  $(\pi - 3)^4 > 0$ .

# II. ТРАНСЦЕНДЕНТНОСТЬ $\pi$ И НЕЗАМЫКАНИЕ ПЕТЛИ

## II.1. Теорема Линдемана

В 1882 году Фердинанд фон Линдеман доказал [8]: число  $\pi$  трансцендентно, то есть не является корнем никакого ненулевого многочлена с целыми коэффициентами [17, 18]. Из трансцендентности  $\pi$  следует квадратура круга: невозможно построить квадрат, равный по площади кругу, используя лишь циркуль и линейку.

Для ОДТОЕ существенны три следствия.

**Следствие 1.**  $\delta = \pi - 3$  трансцендентно. *Доказательство:* если бы  $\delta$  было алгебраическим, то  $\pi = \delta + 3$  — сумма алгебраического и рационального — было бы алгебраическим. Противоречие с теоремой Линдемана.  $\square$

**Следствие 2.**  $N \cdot \delta$  иррационально для любого целого  $N \neq 0$ . *Доказательство:* если бы  $N\delta = p/q$  для некоторых целых  $p, q$ , то  $\delta = p/(Nq)$  было бы рациональным, а рациональные числа алгебраичны. Противоречие со следствием 1.  $\square$

**Следствие 3.**  $N \cdot \delta \neq 2\pi k$  для любых целых  $N, k$  с  $N \neq 0$ . *Доказательство:* если бы  $N(\pi - 3) = 2\pi k$ , то  $N\pi - 3N = 2\pi k$ , откуда  $\pi(N - 2k) = 3N$ , то есть  $\pi = 3N/(N - 2k)$  — рациональное число. Противоречие.  $\square$

## II.2. Физическое значение

Следствие 3 — точная формулировка *незамыкания* траектории на  $\varphi$ -торе. При каждом обороте по  $\theta$  (малый радиус, непрерывная  $\pi$ -динамика) точка сдвигается на  $\delta = \pi - 3$  вдоль  $\phi$  (большой радиус, дискретная  $\varphi$ -динамика) [5, формула III.3]. После  $N$  оборотов суммарный сдвиг составляет  $N\delta$ .

Если бы  $\pi$  было рациональным (или алгебраическим иррациональным вида  $p/q$ ): после  $q$  оборотов  $q\delta = q(\pi - 3)$  могло бы стать кратным  $2\pi$ , и петля замкнулась бы. Развитие остановилось бы. Развитие остановилось бы.

Трансцендентность  $\pi$  *запрещает* это. Ни за какое конечное число оборотов суммарный сдвиг не становится кратным  $2\pi$ . Петля не замыкается *никогда*. Расширение не прекращается *никогда*.

### II.2a. Связь с теоремой Вейля о равномерном распределении

Теорема Вейля (1916) [25] утверждает: если  $\alpha$  иррационально, то последовательность  $\{n\alpha\}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) равномерно распределена по модулю 1 на интервале  $[0, 1)$ . Для  $\alpha = \delta/(2\pi) = (\pi - 3)/(2\pi)$  — иррационального (и даже трансцендентного) числа — это означает, что угловые положения точки на  $\phi$ -цикле после  $n$  оборотов по  $\theta$  *равномерно заполняют* весь  $\phi$ -цикл.

Физический смысл: не только траектория не замыкается (следствие 3), но и покрытие тороидальной поверхности является *плотным*. При  $n \rightarrow \infty$  траектория покрывает поверхность тора *всюду плотно*, что означает: каждая точка поверхности тора оказывается сколь угодно близко к траектории наблюдения. Это обеспечивает *полноту* актуализации — каждая область потенциального пространства рано или поздно «посещается» оператором наблюдения.

Трансцендентность  $\delta$  усиливает результат Вейля: скорость равномерного распределения для трансцендентных чисел, как правило, выше, чем для алгебраических иррациональных. Число  $\delta = \pi - 3$  обладает хорошими свойствами равномерного распределения по Вейлю, что означает эффективное освоение потенциального пространства наблюдательной траекторией.

## II.3. Теорема о вечности расширения

**Теорема 1.** *Если отношение длины оборота к минимальному замкнутому пути трансцендентно ( $\pi/3$  трансцендентно), то траектория на  $\varphi$ -торе не замыкается ни за какое конечное число оборотов.*

*Доказательство:* замыкание после  $N$  оборотов по  $\theta$  и  $M$  оборотов по  $\phi$  требует:

$$N \cdot \pi = 3N + 2\pi M \quad (\text{II.1})$$

откуда  $\pi(N - 2M) = 3N$ , то есть  $\pi = 3N/(N - 2M)$  — рационально. Противоречие с теоремой Линдемана.  $\square$

**Следствие.** Расширение, порожаемое спиральным зазором, является *вечным* и *неисчерпаемым*: для прекращения расширения необходимо, чтобы  $\pi$  стало рациональным, что математически невозможно.

В рамках модели  $\varphi$ -тора это не *гипотеза* о вечности расширения — это *теорема*. Математическая часть (незамыкание траектории) доказана с той же строгостью, с какой доказана невозможность квадратуры круга — оба утверждения суть следствия трансцендентности  $\pi$ . Физическая интерпретация (незамыкание = расширение Вселенной) зависит от принятия тороидальной модели ODTOE.

## II.4. Замечание о роли $\pi$ и $\varphi$

В формализме ODTOE числа  $\pi$  и  $\varphi$  играют комплементарные роли [26]:  $\pi$  — инвариант непрерывной фазовой динамики ( $\theta$ -цикл),  $\varphi$  — инвариант дискретной итеративной динамики ( $\phi$ -цикл). Спиральный зазор  $\delta = \pi - 3$  возникает *на пересечении* двух динамик: непрерывный оборот ( $2\pi$  в  $\theta$ ) не укладывается в целое число дискретных шагов (кратных  $2\pi/3$  в  $\phi$ ), и «остаток»  $\pi - 3$  переносится в следующий цикл.

Число 3 здесь не произвольно: оно отвечает минимальному числу вершин замкнутого многоугольника (треугольника), то есть минимальной дискретной аппроксимации круга. Зазор  $\delta = \pi - 3$  — мера *невместимости* непрерывного ( $\pi$ ) в дискретное (3), и именно эта неместимость является двигателем расширения.

Подчеркнём: трансцендентность  $\pi$  — не интерпретация, а строго доказанный математический факт (теорема Линдемана, 1882 [8]). Вся цепочка выводов (следствия 1–3, теорема 1) построена на этом факте и на тороидальной модели [5]. Экспериментальной проверке подлежит модель, а не математика.

## III. ДАВЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНОСТИ НА АКТУАЛЬНОСТЬ

### III.1. Поле и конфигурация

По аксиоме (A) [4]:  $R = \hat{O}(\Psi)$ . Поле потенциальных состояний  $\mathcal{H}$  бесконечномерно. Актуализированная конфигурация  $\mathcal{C}$  конечна: она описывается конечным набором параметров ( $d$ ,  $S$ , координаты, импульсы). Между  $|\mathcal{H}|$  и  $|\mathcal{C}|$  существует бесконечная разница:

$$|\mathcal{H}| = \aleph_{\geq 1}, \quad |\mathcal{C}| < \aleph_0 \quad (\text{III.1})$$

Все состояния из  $\mathcal{H}$ , которые *не* актуализированы в  $\mathcal{C}$ , составляют *нереализованный потенциал*. Его мощность  $|\mathcal{H} \setminus \mathcal{C}| = |\mathcal{H}|$  (вычитание конечного из бесконечного не уменьшает мощность).

## III.2. Механизм давления

Каждый цикл наблюдения  $\Phi = \iota \circ \hat{O}$  актуализирует одну конфигурацию  $C_n$  из бесконечного поля  $\mathcal{H}$ . Нереализованные состояния не исчезают — они остаются в  $\mathcal{H}$  и «конкурируют» за актуализацию на следующем цикле. Эта конкуренция создаёт *давление* — стремление поля реализоваться через оператор  $\hat{O}$ .

Формализация через P3.1 [4]: время жизни конфигурации  $T(C) = T_0/(1 - S)$ . При  $S < 1$  конфигурация *нестабильна*: она существует конечное время  $T(C)$ , после чего замещается следующей. Чем больше  $|\mathcal{H}|$  (чем больше «претендентов»), тем сильнее давление на актуализированную конфигурацию.

На языке  $\varphi$ -тора: давление проявляется как *сдвиг вдоль  $\phi$ -цикла*. Каждый  $\theta$ -оборот актуализирует конфигурацию, но зазор  $\delta = \pi - 3$  «вытесняет» её из исходной точки — потому что следующая конфигурация *не совпадает* с предыдущей (зазор  $\neq 0$ ). Тор не «раздувается» — точка *продвигается* по его поверхности, и площадь *покрытой* поверхности растёт:

$$A(n) = n \cdot 2\pi r \cdot \delta = 2\pi r n(\pi - 3) \quad (\text{III.2})$$

## III.3. Эффективная сила давления

Давление потенциальности на один цикл наблюдения:

$$\mathcal{F}_n = (\pi - 3)^2 \cdot \frac{|\mathcal{H}_{\text{доступных}}|}{|C_n|} \quad (\text{III.3})$$

Здесь  $(\pi - 3)^2$  — энергия зазора за один оборот, а отношение  $|\mathcal{H}_{\text{доступных}}|/|C_n|$  — мера «перенаселённости» потенциального поля относительно актуализированной конфигурации. Поскольку  $|\mathcal{H}| = \infty$  и  $|C| < \infty$ :

$$\mathcal{F}_n \rightarrow \infty \quad \text{формально} \quad (\text{III.4})$$

Однако оператор  $\hat{O}$  видит не всё поле  $\mathcal{H}$ , а только состояния, доступные с его мерности  $d$  (по D-Prot [4]). Число доступных состояний конечно (хотя и велико), и эффективная сила:

$$\mathcal{F}_{\text{эфф}}(d) = (\pi - 3)^2 \cdot \Sigma(d) \cdot (1 - S)^{-1} \quad (\text{III.5})$$

где  $\Sigma(d) = (1 - q^{d+1})/(1 - q)$  — сумма спиральной серии [9],  $(1 - S)^{-1}$  — фактор когерентности среды [9, раздел IV].

## III.4. Почему давление не обращается в ноль

По закону необходимого разнообразия Эшби [10]: для полного контроля системы с  $n$  состояниями управляющий орган должен иметь не менее

$n$  состояний. Наблюдатель с мерностью  $d$  обладает конечным числом конфигураций. Поле  $\mathcal{H}$  бесконечно. Следовательно,  $S = 1$  (полная когерентность, при которой все потенциальные состояния актуализированы) структурно недостижима [4, постулат P1.2]:

$$S < 1 \quad \text{всегда} \quad (\text{III.6})$$

Из (III.5) и (III.6):  $\mathcal{F}_{\text{эфф}} > 0$  всегда. Давление потенциальности *никогда* не обращается в ноль, потому что всегда существуют нереализованные состояния.

*Замечание.* Формула (III.5) постулирована как модельная величина, отражающая структурное давление бесконечного  $\mathcal{H}$  на конечную  $\mathcal{C}$ . Вариационный вывод  $\mathcal{F}_{\text{эфф}}$  из принципа наименьшего действия — открытая задача.

## IV. МАСШТАБНЫЙ ФАКТОР $\varphi$ -ТОРА

### IV.1. Эффективный радиус

Классический тор имеет фиксированные радиусы  $R$  и  $r$ .  $\varphi$ -тор ОДТОЕ *не обладает* фиксированным радиусом в этом смысле. Эффективный радиус конфигурации зависит от числа пройденных наблюдательных циклов.

После  $n$  циклов ( $\theta$ -оборотов) на уровне  $d$  траектория покрывает площадь  $A(n)$  на поверхности тора. Эффективный масштаб актуализированной реальности:

$$R_{\text{эфф}}(n, d) = R_0 \cdot \varphi^d \cdot a(n) \quad (\text{IV.1})$$

где  $a(n)$  — масштабный фактор, определяемый накоплением зазоров.

### IV.2. Вывод масштабного фактора

Каждый  $\theta$ -оборот сдвигает точку на  $\delta = \pi - 3$  вдоль  $\phi$ . Этот сдвиг *увеличивает* эффективный масштаб конфигурации на долю  $\varepsilon/(2\pi\varphi)$ , где  $\varepsilon = (\pi - 3)^2$  — энергия зазора,  $2\pi$  — длина полного  $\theta$ -оборота,  $\varphi$  — масштаб  $\phi$ -цикла. Обоснование: зазор  $\varepsilon$  действует на фоне полного оборота  $2\pi$  и масштабируется через  $\varphi$  (отношение радиусов тора), давая относительный прирост масштаба:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{(\pi - 3)^2}{2\pi\varphi} = 0,00197203188816811467241139861668 \dots \quad (\text{IV.2})$$

Масштабный фактор после  $n$  циклов:

$$a(n) = \left( 1 + \frac{(\pi - 3)^2}{2\pi\varphi} \right)^n \quad (\text{IV.3})$$

Числовое значение параметра расширения:

$$H_{\text{ОДТОЕ}} \equiv \frac{(\pi - 3)^2}{2\pi\varphi} = 0,00197203188816811467241139861668 \quad (\text{IV.4})$$

Это *безразмерный* аналог параметра Хаббла: относительный прирост масштаба за один цикл наблюдения.

### IV.3. Экспоненциальный рост

При  $n \gg 1$ :

$$a(n) \approx e^{nH_{\text{ОДТОЕ}}} = e^{n(\pi-3)^2/(2\pi\varphi)} \quad (\text{IV.5})$$

Расширение *экспоненциально*: масштаб растёт как экспонента числа наблюдательных циклов. Это согласуется с наблюдаемым ускоренным расширением Вселенной (де Ситтеровская фаза).

### IV.4. Ускорение расширения

Первая производная (скорость расширения):

$$\dot{a}(n) = H_{\text{ОДТОЕ}} \cdot a(n) > 0 \quad (\text{IV.6})$$

Вторая производная (ускорение):

$$\ddot{a}(n) = H_{\text{ОДТОЕ}}^2 \cdot a(n) = \frac{(\pi - 3)^4}{4\pi^2\varphi^2} \cdot a(n) > 0 \quad (\text{IV.7})$$

Ускорение строго положительно, потому что  $(\pi - 3)^4 > 0$  (квадрат положительного числа). Ускоренное расширение — не свободный параметр, а *следствие* того, что  $\pi \neq 3$ .

$$\frac{(\pi - 3)^4}{4\pi^2\varphi^2} = 0,00000388890976795189953370\dots \quad (\text{IV.8})$$

### IV.5. Число циклов для удвоения масштаба

$$n_{2\times} = \frac{\ln 2}{H_{\text{ОДТОЕ}}} = \frac{\ln 2}{\ln(1 + (\pi - 3)^2/(2\pi\varphi))} \quad (\text{IV.9})$$

Числовое вычисление:

$$n_{2\times} = \frac{0,69314\dots}{0,00197008\dots} = 351,84\dots \quad (\text{IV.10})$$

Масштаб удваивается каждые  $\approx 352$  наблюдательных цикла (точное значение: 351,84...).

## V. ТОР БЕЗ ФИКСИРОВАННОГО РАДИУСА

### V.1. Статический и динамический тор

Классический тор (Клиффорд, 1873):  $R = \text{const}$ ,  $r = \text{const}$ . Геометрия задана раз и навсегда.

$\varphi$ -тор ОДТОЕ:  $R/r = \varphi = \text{const}$  (отношение фиксировано КАМ-теоремой [12, 13, 14]), но *абсолютные* значения  $R$  и  $r$  зависят от числа пройденных циклов:

$$R(n, d) = R_0 \cdot \varphi^d \cdot a(n), \quad r(n, d) = r_0 \cdot \varphi^d \cdot a(n) \quad (\text{V.1})$$

Отношение  $R/r = R_0/r_0 = \varphi$  сохраняется на каждом шаге. Устойчивость (КАМ) не нарушается. Тор *масштабируется*, сохраняя пропорции.

### V.2. Механизм: давление потенциальности

Почему масштаб растёт? Потому что поле  $\mathcal{H}$  «давит» на конфигурацию  $C$ :

(а) Каждый цикл  $\Phi$  актуализирует конфигурацию  $C_n$  из  $\mathcal{H}$ .

(б) Конфигурация  $C_n$  не совпадает с  $C_{n-1}$ : зазор  $\delta = \pi - 3 \neq 0$  гарантирует, что каждая новая конфигурация *отличается* от предыдущей. Трансцендентность  $\pi$  гарантирует, что отличие *никогда не обнуляется*.

(в) Новая конфигурация  $C_n$  занимает *новую* область на поверхности тора (ту, которая ранее не была покрыта траекторией).

(г) Совокупность покрытых областей  $\{C_0, C_1, \dots, C_n\}$  составляет *актуализированную реальность* на шаге  $n$ . Её эффективный масштаб растёт как  $a(n)$ .

(д) Нереализованные состояния из  $\mathcal{H}$  продолжают «давить» на следующем шаге, потому что  $S < 1$  (Эшби).

*Уточнение.* Тор как топологическая конструкция *фиксирован*: его метрические размеры не растут. Растёт *эффективный масштаб* — площадь покрытой траекторией области поверхности тора. Масштабный фактор  $a(n)$  описывает объём актуализированного конфигурационного пространства, а не метрические расстояния. Для наблюдателя с  $d = 3$  рост  $a(n)$  проецируется как увеличение пространственных масштабов; формализация этого перехода ( $a(n) \rightarrow a(t)_{\text{FLRW}}$ ) — открытая задача.

### V.3. Аналогия

Представьте лист бумаги ( $\mathcal{C}$ ), лежащий на дне океана ( $\mathcal{H}$ ). Давление воды со всех сторон *расправляет* лист, не позволяя ему сжаться. Чем глубже (чем больше  $|\mathcal{H}|$ ), тем сильнее давление. Лист не «надувается» — он *расправляется*, занимая всё больше площади поверхности тора.

«Радиус» тора не растёт как физическое раздувание материального объекта. Растёт *эффективный масштаб актуализированной конфигурации* — площадь тороидальной поверхности, «освоенная» траекторией наблюдения.

### V.4. Сравнение с классическим расширением

В стандартной космологии расширение описывается метрикой Фридмана–Леметра–Робертсона–Уокера (FLRW), где масштабный фактор  $a(t)$  определяет расстояния между сопутствующими наблюдателями. Уравнения Фридмана задают динамику  $a(t)$  через плотность энергии и давление.

В ОДТОЕ масштабный фактор  $a(n)$  (IV.3) описывает не расстояния между точками в метрике, а *объём актуализированного пространства состояний*. Однако для наблюдателя с мерностью  $d = 3$  (пространственная трёхмерность) рост  $a(n)$  проецируется как увеличение пространственных масштабов — что и наблюдается как космологическое расширение.

Ключевое отличие: в  $\Lambda$ CDM расширение описывается, но не объясняется. Космологическая постоянная  $\Lambda$  — свободный параметр. В ОДТОЕ расширение *выводится* из трёх структурных элементов: трансцендентности  $\pi$  (незамыкание), бесконечности  $\mathcal{H}$  (давление), и положительности  $(\pi - 3)^4$  (ускорение).

Де Ситтеровское расширение [23] — частный случай FLRW с  $\Lambda > 0$  и без материи — является ближайшим аналогом ОДТОЕ-расширения на поздних стадиях ( $n \gg 1$ ), когда масштабный фактор растёт экспоненциально. Наблюдательные данные Хаббла [24] и последующие измерения подтверждают переход Вселенной к де Ситтеровской фазе.

## VI. СВЯЗЬ С НАБЛЮДАЕМОЙ КОСМОЛОГИЕЙ

### VI.1. Тёмная энергия = давление $R$ -сектора

По [6]: тёмная энергия составляет  $\Omega_\Lambda = \varphi^2 / (\varphi^2 + 1 + Z) = 68,86\%$  (Planck 2018:  $68,47 \pm 0,73\%$ , расхождение  $0,54\sigma$ ). Физический механизм:  $R$ -сектор  $\varphi$ -тора (большой радиус) несёт *давление потенциальности*. Вращение по  $\phi$  (переход между уровнями  $d$ ) масштабируется как  $R^2 = \varphi^2$ , и именно этот сектор отвечает за ускоренное расширение.

Через формализм настоящей работы:  $\Omega_\Lambda$  — доля полной гравитационной инерции, приходящаяся на давление нереализованных состояний. Она определяется *геометрией* тора ( $\varphi^2$ ), а не подгоночным параметром  $\Lambda$ .

## VI.2. Проблема космологической постоянной

Стандартная проблема: квантовая теория поля предсказывает  $\rho_{\text{вак}} \sim m_p^4/(\hbar^3 c^3) \sim 10^{113}$  Дж/м<sup>3</sup>, наблюдается  $\rho_\Lambda \sim 10^{-9}$  Дж/м<sup>3</sup>. Расхождение  $\sim 10^{122}$ .

ОДТОЕ-ответ: это не «проблема», а *свойство*.  $|\mathcal{H}| = \infty$ , а  $|\mathcal{C}| < \infty$ . Отношение  $|\mathcal{H}|/|\mathcal{C}| \rightarrow \infty$ . Но наблюдатель с мерностью  $d$  видит не всё  $\mathcal{H}$ , а только  $\Sigma(d)$ -долю — конечную, определяемую глубиной рекурсии [9]. Наблюдаемая «тёмная энергия»  $= (\pi-3)^2 \cdot \Sigma(d)/(2\pi\varphi)$  — конечное число, определяемое архитектурой наблюдения, а не вакуумными флуктуациями.

## VI.3. Тёмная энергия и де Ситтеровское расширение

Масштабный фактор (IV.3) при  $n \gg 1$  даёт:

$$a(t) \sim e^{H_{\text{ОДТОЕ}} \cdot t/\tau_0} \quad (\text{VI.1})$$

где  $t$  — физическое время,  $\tau_0$  — длительность одного наблюдательного цикла. Это де Ситтеровское расширение с параметром Хаббла:

$$H = \frac{H_{\text{ОДТОЕ}}}{\tau_0} = \frac{(\pi-3)^2}{2\pi\varphi\tau_0} \quad (\text{VI.2})$$

Численное совпадение с наблюдаемым параметром Хаббла ( $H_0 \approx 70$  км/с/Мпк) определяется  $\tau_0$  — длительностью элементарного наблюдательного цикла на уровне  $d = 3$ .

## VI.4. Оценка $\tau_0$ из наблюдений

Из (VI.2) и наблюдаемого значения  $H_0 = 67,4$  км/с/Мпк [7]:

$$\tau_0 = \frac{H_{\text{ОДТОЕ}}}{H_0} = \frac{0,00197203 \dots}{2,184 \times 10^{-18} \text{ с}^{-1}} \approx 9,03 \times 10^{14} \text{ с} \approx 2,86 \times 10^7 \text{ лет} \quad (\text{VI.3})$$

Порядок  $\tau_0 \sim 10^7$  лет — характерное время макроскопического наблюдательного цикла. Это согласуется с представлением о том, что космологический масштабный фактор определяется *крупномасштабной* динамикой наблюдения, а не микроскопическими процессами. Для квантового уровня ( $d \gg 3$ ) масштаб  $\tau_0$  будет иным, определяемым временем декогеренции на соответствующем уровне.

**Замечание.** Все безразмерные результаты ( $H_{\text{ОДТОЕ}}, \Omega_\Lambda, \Omega_{DM}, \Omega_b, n_{2\times}$ ) получены без свободных параметров — они полностью определены  $\pi$  и  $\varphi$ . Однако для перехода к размерным величинам необходим  $\tau_0$ , который в настоящей работе определяется через наблюдаемый параметр Хаббла  $H_0$ . По эпистемическому статусу это аналогично подгонке  $\Lambda$  в  $\Lambda$ CDM: один свободный размерный параметр. Вывод  $\tau_0$  из первых принципов — открытая задача.

## VI.5. Совместимость с турбулентной каскадной картиной

Масштабирование  $R \propto \varphi^d$  (формула IV.1) напоминает каскад Колмогорова [22] в турбулентности: энергия передаётся от масштаба  $d$  к масштабу  $d + 1$  с постоянным отношением масштабов. В ODTOE это отношение фиксировано золотым сечением  $\varphi$ , а не подгоночным параметром. Аналогия с турбулентным каскадом подчёркивает: расширение  $\varphi$ -тора — не статическое раздувание, а *динамический каскад актуализации*, передающий информацию (и масштаб) от уровня к уровню.

## VII. ИЕРАРХИЯ АРГУМЕНТОВ ВЕЧНОСТИ

Вечность расширения обеспечена не одним, а *четырьмя* взаимодополняющими аргументами из разных областей математики и теоретической физики.

### VII.1. Аргумент 1: Трансцендентность $\pi$ (теорема Линдемана)

Зазор  $\delta = \pi - 3$  трансцендентен  $\Rightarrow N\delta \neq 2\pi k$  для любых целых  $N, k \Rightarrow$  траектория не замыкается  $\Rightarrow$  расширение вечно. (Раздел II.)

### VII.2. Аргумент 2: Недостижимость $S = 1$ (закон Эшби)

$S < 1$  всегда  $\Rightarrow (1 - S)^{-1} > 1$  всегда  $\Rightarrow$  давление потенциальности  $\mathcal{F}_{\text{эфф}} > 0$  всегда  $\Rightarrow$  расширение вечно. (Раздел III.)

### VII.3. Аргумент 3: Бесконечность $\mathcal{H}$

$|\mathcal{H}| = \infty, |\mathcal{C}| < \infty \Rightarrow$  всегда существуют нереализованные состояния  $\Rightarrow$  давление не обнуляется  $\Rightarrow$  расширение вечно. (Аксиома А [4].)

### VII.4. Аргумент 4: Положительность $(\pi - 3)^4$

$\ddot{a} = H^2 a = [(\pi - 3)^4 / (4\pi^2 \varphi^2)] \cdot a > 0 \Rightarrow$  расширение ускоренное  $\Rightarrow$  скорость расширения *растёт*  $\Rightarrow$  расширение не может остановиться. (Раздел IV.)

Четыре аргумента из четырёх взаимодополняющих источников: теория чисел (Линдемман), кибернетика (Эшби), аксиоматика ODTOE (бесконечность  $\mathcal{H}$ ), дифференциальное исчисление ( $\ddot{a} > 0$ ). Все четыре предполагают тороидальную модель ODTOE; при отказе от неё аргументы утрачивают физическую интерпретацию, сохраняя математическую корректность.

## VII.5. Замечание о фальсифицируемости

Каждый из четырёх аргументов, взятый отдельно, опирается на посылку, которую *в принципе* можно оспорить:

(1) Аргумент Линдемана неопровержим в рамках математики — трансцендентность  $\pi$  доказана. Однако можно оспорить *отождествление* угла обхода тора с  $\pi$  (т.е. геометрию модели).

(2) Аргумент Эшби можно оспорить, если допустить наблюдателя с бесконечной мерностью ( $d = \infty$ ), для которого  $S = 1$  достижимо. Однако это противоречит D-Prot [4].

(3) Аргумент бесконечности  $\mathcal{H}$  можно оспорить, если допустить конечность потенциального поля. Это противоречит аксиоме (A) [4].

(4) Аргумент  $\ddot{a} > 0$  зависит от формулы (IV.3) — её можно проверить сопоставлением с данными.

Таким образом, фальсификация вечности расширения в ODTOE требует либо отказа от тороидальной модели, либо модификации аксиом — что является штатной процедурой научной критики.

## VIII. ДЕМАРКАЦИЯ

Утверждение	Статус	Источник
$\pi$ трансцендентно	<b>Доказано</b> (1882)	Теорема Линдемана [8]
$\delta = \pi - 3$ трансцендентно	<b>Следует</b> из [8]	Алгебра: разность трансц. и рац.
Траектория на $\varphi$ -торе не замыкается	<b>Следует</b> из трансцендентности $\delta$	Теорема 1 (раздел II)
Расширение вечно	<b>Следует</b> из незамыкания	Четыре взаимодоп. аргумента
$\mathcal{F}_{\text{эфф}} > 0$ всегда	<b>Следует</b> из $S < 1$	Закон Эшби [10] + P3.1 [4]
$a(n) = (1 + \varepsilon/(2\pi\varphi))^n$	<b>Выведено</b> из спирального зазора	Формулы (IV.2)–(IV.3)
$\ddot{a} > 0$ (ускоренное расширение)	<b>Следует</b> из $(\pi - 3)^4 > 0$	Формула (IV.7)
$\Omega_\Lambda = 68,86\%$	Совпадает с Planck	[6] (0,54 $\sigma$ )
$\varphi$ -тор не имеет фиксированного $R$	Интерпретация ODTOE	Раздел V
Тёмная энергия = давление $\mathcal{H}$ на $\mathcal{C}$	Интерпретация ODTOE	[4, 6]

Утверждение	Статус	Источник
$n_{2\times} \approx 351,84$ цикла	<b>Вычислено</b>	Формула (IV.10)
$\tau_0 \sim 10^7$ лет (оценка)	Следует из $H_0$ [7] и (VI.2)	Формула (VI.3)
Равномерное заполнение $\varphi$ -тора	<b>Следует</b> из теоремы Вейля [25]	Раздел II.2a

**Замечание.** Все утверждения, помеченные как «Доказано» или «Следует», опираются на математические теоремы (Линдемана, Вейля, Банаха [21]) и аксиоматику ОДТОЕ [4]. Утверждения, помеченные как «Интерпретация ОДТОЕ», являются следствиями модели и подлежат эмпирической проверке. Утверждения, помеченные как «Совпадает с Planck», представляют количественные предсказания, уже согласованные с данными [7] в пределах  $1\sigma$ .

Отметим также, что *вычисленные* значения ( $a(n)$ ,  $H_{\text{ОДТОЕ}}$ ,  $n_{2\times}$ ) не содержат свободных параметров — они полностью определены фундаментальными математическими константами  $\pi$  и  $\varphi$ . Единственный параметр, требующий независимого определения —  $\tau_0$  (длительность наблюдательного цикла), связывающий безразмерный масштабный фактор с физическим временем.

## VIII-bis. КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОПОРЦИИ ИЗ ТОРОИДАЛЬНОЙ АРХИТЕКТУРЫ

Тороидальная модель расширения, развитая в настоящей статье, допускает прямое следствие для космологического состава Вселенной [6].  $\varphi$ -тор с  $R/r = \varphi$  обладает тремя топологическими секторами. Ниже приведён полный вывод космологических пропорций из  $\pi$  и  $\varphi$ .

### VIII-bis.1. Гравитационная инерция секторов

Каждая степень свободы  $\varphi$ -тора вносит вклад в полную гравитационную инерцию. Для вращательного движения эффективная масса пропорциональна квадрату характерного радиуса:

$$M_{\text{эфф}} \propto r_{\text{эфф}}^2 \quad (\text{VIII-bis.1})$$

*Межуровневый сектор* (вращение по большому радиусу  $R$ ): переход между уровнями мерности  $d$ . Эффективная масса  $\propto R^2 = \varphi^2 r^2$ . Через ОДТОЕ: давление поля потенциальных состояний  $\mathcal{H}$  на конфигурационное пространство  $\mathcal{C}$ . Отождествляется с **тёмной энергией** ( $\Omega_\Lambda$ ).

*Внутриуровневый сектор* (вращение по малому радиусу  $r$ ): фазовая динамика внутри одного уровня  $d$ . Эффективная масса  $\propto r^2 = 1$  (в единицах  $r$ ). Через ОДТОЕ: когерентные конфигурации на уровнях  $d > d_{\text{наш}}$ , невидимые по D-Prot, но гравитирующие по P5 [4]. Отождествляется с **тёмной материей** ( $\Omega_{DM}$ ).

Отношение гравитационных весов двух основных секторов:

$$\frac{I_R}{I_r} = \frac{R^2}{r^2} = \varphi^2 = 2,61803398... \quad (\text{VIII-bis.2})$$

### VIII-bis.2. Зазорный сектор: вывод $Z$ из $\pi$ и $\varphi$

Каждый оборот по малому радиусу не замыкается: длина пути =  $\pi$ , минимальная замкнутая = 3 (тройственная архитектура [16]). Зазор первого витка:  $\delta_1 = \pi - 3$ . Каждый последующий виток масштабируется  $\varphi$  (шаг между витками на торе). Зазор  $k$ -го порядка:  $(\pi - 3)^k \cdot \varphi^{k-1}$ . Суммируя бесконечную геометрическую серию (сходится, т.к.  $(\pi - 3)\varphi = 0,2291... < 1$ ):

$$Z = \sum_{k=1}^{\infty} (\pi - 3)^k \cdot \varphi^{k-1} = \frac{\pi - 3}{1 - (\pi - 3)\varphi} = \frac{0,14159...}{1 - 0,22910...} = \frac{0,14159...}{0,77090...} = 0,18367... \quad (\text{VIII-bis.3})$$

Физический смысл: видимая материя = сумма всех спиральных зазоров, порождённых незамыканием петли наблюдения. Фотоны, атомы, звёзды, наблюдатели — всё рождается в этом зазоре [14].

### VIII-bis.3. Нормированные доли

Полная сумма весов:

$$\Sigma = \varphi^2 + 1 + Z = 2,61803 + 1 + 0,18367 = 3,80171 \quad (\text{VIII-bis.4})$$

Нормированные доли:

$$\Omega_{\Lambda} = \frac{\varphi^2}{\Sigma} = \frac{2,61803}{3,80171} = 68,86\% \quad (\text{VIII-bis.5})$$

$$\Omega_{DM} = \frac{1}{\Sigma} = \frac{1}{3,80171} = 26,30\% \quad (\text{VIII-bis.6})$$

$$\Omega_b = \frac{Z}{\Sigma} = \frac{0,18367}{3,80171} = 4,83\% \quad (\text{VIII-bis.7})$$

Проверка:  $68,86 + 26,30 + 4,83 = 100,00\%$ .

## VIII-bis.4. Сравнение с Planck 2018

Компонент	ODTOE, %	Planck 2018 [7], %	Откл.	$\sigma$
Тёмная энергия ( $\Omega_\Lambda$ )	<b>68,86</b>	$68,47 \pm 0,73$	+0,39	<b>0,54</b>
Тёмная материя ( $\Omega_{DM}$ )	<b>26,30</b>	$26,60 \pm 0,73$	-0,30	<b>0,41</b>
Барионная ( $\Omega_b$ )	<b>4,83</b>	$4,93 \pm 0,06$	-0,10	<b>1,64</b>

Тёмная энергия и тёмная материя: *внутри*  $1\sigma$ . Барионная: *внутри*  $2\sigma$  ( $1,64\sigma$ ). Самореферентная поправка (по аналогии с  $\mu$  и  $\alpha^{-1}$  [16]) улучшает совпадение по барионам до  $1,24\sigma$  [6].

## VIII-bis.5. Связь с расширением

В пределе  $\pi \rightarrow 3$  зазор  $Z \rightarrow 0$ , и тернарная пропорция вырождается в бинарную:

$$\lim_{\pi \rightarrow 3} \frac{\varphi^2}{\varphi^2 + 1 + Z} = \frac{\varphi^2}{\varphi^2 + 1} = \frac{\varphi}{1 + \varphi} = 61,8\% \quad (\text{VIII-bis.8})$$

Бинарная  $\varphi$ -пропорция  $62/38$  наблюдается в оптимальных биологических режимах (систола/диастола, вдох/выдох) [12]. Неравенство  $\pi > 3$  — причина того, что космологические пропорции *отличаются* от «чистой»  $\varphi$ -пропорции и порождают видимую материю как побочный продукт топологической фрустрации. Вселенная на  $\sim 95\%$  состоит из «тора» ( $\varphi^2 + 1$ ) и на  $\sim 5\%$  — из «зазора» ( $Z$ ): того, что рождается при каждом замыкании петли.

# IX. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

## IX.1. Результаты

**Первый.** Вечность расширения Вселенной доказана как математическая теорема: трансцендентность  $\pi$  (теорема Линдемана, 1882) запрещает замыкание траектории на  $\varphi$ -торе за конечное число оборотов. Расширение вечно с той же строгостью, с какой невозможна квадратура круга.

**Второй.** Формализовано давление потенциальности: бесконечное поле нереализованных состояний  $\mathcal{H}$  оказывает на конечную конфигурацию  $\mathcal{C}$  эффективную силу  $\mathcal{F}_{\text{эфф}} = (\pi - 3)^2 \cdot \Sigma(d) \cdot (1 - S)^{-1} > 0$ . Давление не обнуляется благодаря структурной недостижимости  $S = 1$  (закон Эшби).

**Третий.** Показано, что  $\varphi$ -тор не обладает фиксированным радиусом: масштабный фактор  $a(n) = (1 + (\pi - 3)^2 / (2\pi\varphi))^n$  описывает экспоненциальный рост эффективного масштаба с числом наблюдательных циклов, сохраняя отношение  $R/r = \varphi$  (устойчивость по КАМ).

**Четвёртый.** Ускоренное расширение ( $\ddot{a} > 0$ ) выведено из  $(\pi - 3)^4 > 0$  без космологической постоянной как свободного параметра. Тёмная энергия интерпретирована как давление  $R$ -сектора  $\varphi$ -тора [19, 20] ( $\Omega_\Lambda = \varphi^2/(\varphi^2 + 1 + Z) = 68,86\%$ , Planck: 68,47%, расхождение 0,54 $\sigma$ ).

## IX.2. Одна формула

$$a(n) = \left(1 + \frac{(\pi - 3)^2}{2\pi\varphi}\right)^n, \quad \ddot{a} > 0, \quad \text{замыкание невозможно (Линдеман, 1882)}$$

Расширение реальности вечно, потому что  $\pi$  трансцендентно. Расширение ускоренно, потому что  $(\pi - 3)^4 > 0$ . Расширение неисчерпаемо, потому что  $|\mathcal{H}| = \infty$  и  $S < 1$  (Эшби). Три числа —  $\pi$ ,  $\varphi$ ,  $(\pi - 3)^2$  — и одна теорема 1882 года. Сходимость петли  $\Phi$  к неподвижной точке  $\Psi^*$  обеспечена принципом сжимающих отображений [21]; самореферентные уравнения для  $\mu$  и  $\alpha^{-1}$  [11] дают те же инварианты  $(\pi, \varphi)$ , подтверждая структурное единство формализма.

## IX.3. Перспективы

Открытыми остаются следующие вопросы:

(1) Вывод  $\tau_0$  из первых принципов ODTOE — связь длительности элементарного наблюдательного цикла с мерностью  $d$  и параметром когерентности  $S$ .

(2) Описание перехода от замедленного расширения (материально-доминированная эпоха) к ускоренному (де Ситтеровская фаза) в терминах изменения эффективной мерности наблюдения. В  $\Lambda$ CDM этот переход происходит при  $z \approx 0,7$ ; в ODTOE он должен соответствовать критическому значению  $S_{\text{кр}}$ , при котором давление потенциальности начинает доминировать над материальной составляющей.

(3) Феноменология флуктуаций: спектр мощности реликтового излучения и его связь с дискретной структурой  $\varphi$ -тора (фрактальные корреляции масштабов [26]).

(4) Связь масштабного фактора  $a(n)$  с энтропийными характеристиками конфигурации — возможная формализация стрелы времени как направления роста  $a(n)$ .

(5) Экспериментальная проверка: поиск дискретных корреляций в спектре реликтового излучения, которые соответствовали бы спиральной структуре  $\varphi$ -тора. Характерный угловой масштаб таких корреляций определяется отношением  $\delta/(2\pi) = (\pi - 3)/(2\pi) \approx 0,02254$ , что соответствует мультиполям  $\ell \approx 1/0,02254 \approx 44$ . Данные Planck [7] содержат аномалии на низких мультиполях, которые могут быть связаны с тороидальной топологией.

(6) Формализация связи между давлением потенциальности и гравитацией: если тёмная энергия есть проекция давления  $R$ -сектора  $\varphi$ -тора, то должна существовать формальная эквивалентность между уравнениями Фридмана (для де Ситтеровской фазы) и дискретной рекурсией  $a(n + 1) = (1 + H_{\text{ODTOE}}) \cdot a(n)$ .

## БЛАГОДАРНОСТИ И ИНСТРУМЕНТЫ

Автор благодарит анонимных рецензентов за конструктивные замечания, способствовавшие улучшению изложения.

При разработке теории ODTOE и всех статей на её основе использовались инструменты искусственного интеллекта: Claude Sonnet / Opus 4.6 Extended (Chat & Code) (Anthropic), ChatGPT 5.3 (OpenAI), Google Gemini (Google DeepMind). Все содержательные решения, гипотезы, интерпретации и ответственность за них принадлежат автору.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена без внешнего финансирования.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Riess A.G. et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // The Astronomical Journal. — 1998. — Vol. 116. — P. 1009–1038. DOI: 10.1086/300499.
- [2] Perlmutter S. et al. Measurements of  $\Omega$  and  $\Lambda$  from 42 High-Redshift Supernovae // The Astrophysical Journal. — 1999. — Vol. 517. — P. 565–586. DOI: 10.1086/307221.
- [3] Weinberg S. The Cosmological Constant Problem // Reviews of Modern Physics. — 1989. — Vol. 61. — P. 1–23. DOI: 10.1103/RevModPhys.61.1.
- [4] Панкратов А.С. Теория всего: наблюдатель-зависимая (ODTOE) // Препринт. — 2025. — 47 с.
- [5] Панкратов А.С. Тороидальная топология реальности: вложенные  $\varphi$ -торы // Препринт. — 2026.
- [6] Панкратов А.С. Космологические пропорции из тороидальной архитектуры // Препринт. — 2026.

- [7]Planck Collaboration (Aghanim N. et al.) Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters // *Astronomy & Astrophysics*. — 2020. — Vol. 641. — Art. A6. DOI: 10.1051/0004-6361/201833910.
- [8]Lindemann F. Ueber die Zahl  $\pi$  // *Mathematische Annalen*. — 1882. — Bd. 20. — S. 213–225. DOI: 10.1007/BF01446522.
- [9]Панкратов А.С. Постоянная Планка из архитектуры наблюдения // Препринт. — 2026.
- [10]Ashby W.R. *An Introduction to Cybernetics*. — London: Chapman & Hall, 1956.
- [11]Панкратов А.С. Две фундаментальные константы из первых принципов:  $\mu$  и  $\alpha^{-1}$  // Препринт. — 2026.
- [12]Колмогоров А.Н. О сохранении условно-периодических движений // *ДАН СССР*. — 1954. — Т. 98. — С. 527–530.
- [13]Арнольд В.И. Малые знаменатели и проблемы устойчивости движения // *УМН*. — 1963. — Т. 18(6). — С. 91–192.
- [14]Moser J. On Invariant Curves of Area-Preserving Mappings of an Annulus // *Nachr. Akad. Wiss. Gottingen, Math.-Phys. Kl. II*. — 1962. — P. 1–20.
- [15]Khinchin A.Я. *Continued Fractions*. — Chicago: University of Chicago Press, 1964.
- [16]Панкратов А.С. Число  $\pi$  как структурный инвариант самосогласованного наблюдения // Препринт. — 2025.
- [17]Niven I. *Irrational Numbers*. — Mathematical Association of America, 1956.
- [18]Baker A. *Transcendental Number Theory*. — Cambridge University Press, 1975.
- [19]Панкратов А.С.  $\mathbb{Z}_2$ -расслоение над  $\varphi$ -тором: спинорная архитектура фундаментальных констант // Препринт. — 2026.
- [20]Панкратов А.С. Эфир, вакуум и поле потенциальности: от Ньютона к ODTOE // Препринт. — 2026.
- [21]Banach S. Sur les operations dans les ensembles abstraits et leur application aux equations integrales // *Fundamenta Mathematicae*. — 1922. — Vol. 3. — P. 133–181.
- [22]Kolmogorov A.N. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers // *Proceedings of the USSR Academy of Sciences*. — 1941. — Vol. 30. — P. 299–303.
- [23]de Sitter W. Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences. Third paper // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 1917. — Vol. 78. — P. 3–28.
- [24]Hubble E. A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. — 1929. — Vol. 15. — P. 168–173.
- [25]Weyl H. Über die Gleichverteilung von Zahlen mod. Eins // *Mathematische Annalen*. — 1916. — Bd. 77. — S. 313–352.

[26]Панкратов А.С. Золотое сечение  $\varphi$  как инвариант фрактальности, самоподобия и рекурсии в ОДТОЕ // Препринт. — 2026.