

# УРАВНЕНИЕ ЭЙНШТЕЙНА КАК Φ-САМОСОГЛАСОВАННОСТЬ И ТОЖДЕСТВО БИАНКИ ИЗ $\text{DIFF}(M^4)$ -СИММЕТРИИ В ОДТОЕ (Einstein Equation as $\Phi$ -Self-Consistency and Bianchi Identity from $\text{Diff}(M^4)$ Symmetry in ODTOE)

*Двух-путевое доказательство Бианки, теорема о фиксированной точке  $\Phi$  и  
ODTOE-аналог теоремы о сингулярностях*

**Панкратов Антон Сергеевич**  
*Pankratov Anton Sergeevich*

Независимый исследователь, г. Казань, Россия  
E-mail: anton.s.pankratov@gmail.com  
ORCID: 0009-0002-4870-2995

УДК 530.12 + 530.145 + 514.764.2

## АННОТАЦИЯ

В настоящей работе закрывается этап 3 программы §XIV.3 из [13]: уравнение Эйнштейна  $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu}$  выводится в ОДТОЕ как условие  $\Phi$ -самосогласованности на пары  $(g, T)$ , а тождество Бианки  $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$  устанавливается двумя независимыми путями: (i) кинематический путь через теорему А.Т3 из [14] (свёртка второго тождества Бианки на гладкой псевдоримановой метрике); (ii) Noether-путь через диффеоморфную инвариантность действия наблюдателя  $S_{\text{obs}} = \int B^2(1 - \sigma)\Lambda\sqrt{-g}d^4x$  из [15]. Сформулированы и доказаны три центральные теоремы. С.Т1 ( $\Phi$ -самосогласованность): пара  $(g, T)$  есть решение уравнения Эйнштейна тогда и только тогда, когда она есть фиксированная точка отображения  $\Phi_C = \iota \circ \hat{O}$  на  $\Phi$ -инвариантном подпространстве  $C_{\text{contr}} \subset \mathcal{M} \times \mathcal{T}$ ; существование и единственность с точностью до  $\text{Diff}(M^4)$  обеспечиваются теоремой Банаха [6] о неподвижной точке для сжимающего отображения, причём аргумент сжатия использует только геометрические и observer-action оценки и не предполагает уравнения Эйнштейна (анти-циркулярный аудит). С.Т2 (двух-путевое тождество Бианки): результаты Path 1 (А.Т3 кинематический) и Path 2 (Noether) идентичны как тензорные выражения; численная верификация в 50-значной точности на основном состоянии Шварцшильда даёт  $|\nabla_\mu G^{\mu\nu}|_{\text{Path 1}} - |\nabla_\mu G^{\mu\nu}|_{\text{Path 2}} < 10^{-45}$ . С.Т3 (ODTOE-аналог теоремы о сингулярностях): при выполнении ОДТОЕ-энергетического условия, аналога ловушечной поверхности через причинный конус  $J_O^+$  из [13] §VI и условия онтологического коллапса  $B \rightarrow 0$  из [16] §VII.3 существует  $\Phi$ -итерационная последовательность конечного аффинного параметра, заканчивающаяся в  $\text{Fix}(\Phi)$ -аттракторе без преемника в  $J_O^+$ ; это структурный аналог теоремы Хокинга – Пенроуза [3, 4, 9]. Работа замыкает трёхэтапную программу полной деривации тензорной структуры гравитации в ОДТОЕ (этап 1 – [14], этап 2 – [15]) и фиксирует шесть символов С.Т1, С.Т2, С.Т3,  $\Phi_C$ ,  $\text{Fix}(\Phi_{\text{field}})$ , T2-Path-1/T2-Path-2 для последующих работ корпуса.

**Ключевые слова:** ОДТОЕ, уравнение Эйнштейна,  $\Phi$ -самосогласованность, теорема Банаха, тождество Бианки, теорема Нётер,  $\text{Diff}(M^4)$ , теорема о сингулярностях, фиксированная точка,  $\Phi$ -итерация, Шварцшильд, Керр, FLRW,  $\chi_\Lambda(S^*)$ , причинная структура

## ABSTRACT

This paper closes stage 3 of programme §XIV.3 of [13]: the Einstein equation  $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu}$  is derived in ODTÖE as a  $\Phi$ -self-consistency condition on pairs  $(g, T)$ , and the Bianchi identity  $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$  is established along two independent paths: (i) the kinematic path via Theorem A.T3 of [14] (contraction of the second Bianchi identity on a smooth pseudo-Riemannian metric); (ii) the Noether path via diffeomorphism invariance of the observer action  $S_{\text{obs}} = \int B^2(1 - \sigma)\Lambda\sqrt{-g}d^4x$  of [15]. Three central theorems are formulated and proved. C.T1 ( $\Phi$ -self-consistency): a pair  $(g, T)$  solves the Einstein equation iff it is a fixed point of the map  $\Phi_C = \iota \circ \hat{O}$  on the  $\Phi$ -invariant subspace  $C_{\text{contr}} \subset \mathcal{M} \times \mathcal{T}$ ; existence and uniqueness modulo  $\text{Diff}(M^4)$  are secured by the Banach fixed-point theorem [6] for a contraction map, the contraction argument resting only on geometric and observer-action bounds and not assuming the Einstein equation (anti-circularity audit). C.T2 (dual-path Bianchi identity): the Path 1 (A.T3 kinematic) and Path 2 (Noether) results coincide as tensor expressions; numerical verification at 50-digit precision on the Schwarzschild ground state yields  $|\nabla_\mu G^{\mu\nu}|_{\text{Path 1}} - |\nabla_\mu G^{\mu\nu}|_{\text{Path 2}} < 10^{-45}$ . C.T3 (ODTÖE singularity theorem): under the ODTÖE energy condition, the trapped-configuration analog via the causal cone  $J_O^+$  of [13] §VI, and the ontological collapse condition  $B \rightarrow 0$  of [16] §VII.3, there exists a  $\Phi$ -iteration sequence of finite affine parameter terminating in the  $\text{Fix}(\Phi)$  attractor with no successor in  $J_O^+$ ; this is the structural analog of the Hawking–Penrose theorem [3, 4, 9]. The work closes the three-stage programme of the full derivation of the tensor structure of gravity in ODTÖE (stage 1 – [14], stage 2 – [15]) and fixes six symbols C.T1, C.T2, C.T3,  $\Phi_C$ ,  $\text{Fix}(\Phi_{\text{field}})$ , T2-Path-1/T2-Path-2 for subsequent works of the corpus.

**Keywords:** ODTÖE, Einstein equation,  $\Phi$ -self-consistency, Banach theorem, Bianchi identity, Noether theorem,  $\text{Diff}(M^4)$ , singularity theorem, fixed point,  $\Phi$ -iteration, Schwarzschild, Kerr, FLRW,  $\chi_\Lambda(S^*)$ , causal structure

## I. ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В общей теории относительности уравнение Эйнштейна

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1.1)$$

устанавливает связь между геометрией пространства-времени (левая часть) и распределением энергии-импульса (правая часть). Стандартная вариационная деривация уравнения (1.1) – действие Гильберта – Эйнштейна  $S_H = (c^4/16\pi G) \int R\sqrt{-g}d^4x$  плюс материя [9] §E.1.7 – посылает уравнение

поля как уравнение Эйлера – Лагранжа на метрике; тождество Бианки  $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$  при этом возникает либо как кинематическое следствие свёртки второго тождества Бианки (геометрия), либо как Noether-тождество диффеоморфной инвариантности (динамика). В ODTOE-формулировке оба пути реконструируются и явно отождествляются между собой.

*Контекст программы.* В работе [13] §XIV.3 сформулирована трёхэтапная программа полной деривации тензорной структуры гравитации в ODTOE: (1) тензорный слой  $(g_{\mu\nu}, \nabla_\mu, R^{\rho\sigma\mu\nu}, G_{\mu\nu})$ ; (2) источник  $(T_{\mu\nu}$  из В-функционала, замкнутая форма  $\chi_\Lambda(S^*)$ ); (3) замыкание (уравнение поля как  $\Phi$ -самосогласованность, динамическое тождество Бианки как Noether-следствие, ODTOE-аналог теоремы о сингулярностях). Этап 1 закрыт работой [14]; этап 2 закрыт работой [15]. Настоящая статья закрывает этап 3.

*Эпистемический статус.* Работа выводит: (i) теорему С.Т1 о  $\Phi$ -самосогласованности — формулировка и доказательство существования и единственности (с точностью до  $\text{Diff}(M^4)$ ) фиксированной точки  $\Phi_C(g, T) = (g, T)$ ; (ii) теорему С.Т2 о двух-путевом тождестве Бианки — синхронное доказательство  $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$  через кинематический и Noether-путь, с численной верификацией согласованности на основном состоянии Шварцшильда в 50-значной точности; (iii) теорему С.Т3 о сингулярностях — ODTOE-аналог теоремы Хокинга – Пенроуза [4] через триггер  $B \rightarrow 0$  при выполнении ODTOE-энергетического условия и аналога ловушечной конфигурации. Антициркулярный аудит обоих путей С.Т2 и доказательства С.Т1 показан явно: Path 2 использует только  $S_{\text{obs}}$ -инвариантность из [15] и теорему Нётер [2]; аргумент сжатия для С.Т1 опирается на геометрические оценки и observer-action границы без предположения уравнения (1.1).

## I.1. Что закрывает настоящая статья

Из перечня открытых задач этапа 3 программы [13] §XIV.3 закрывается следующее:

1. **Уравнение Эйнштейна как  $\Phi$ -самосогласованность.** В §VI теорема С.Т1 устанавливает эквивалентность  $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu} \iff \Phi_C(g, T) = (g, T)$  для всех  $(g, T) \in C_{\text{contr}}$ , где  $\Phi_C = \iota \circ \hat{O}$  — отображение, индуцированное канонической проекцией наблюдения. Существование фиксированной точки гарантируется теоремой Банаха [6] о неподвижной точке.
2. **Двух-путевое тождество Бианки  $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$ .** В §IV доказывается Path 2 — динамический путь через теорему Нётер [2] для  $S_{\text{obs}}$  под действием  $\text{Diff}(M^4)$ ; в §V Path 2 синхронизируется с Path 1 = А.Т3 из [14] и проверяется численная согласованность на основном состоянии Шварцшильда (теорема С.Т2).
3. **ODTOE-аналог теоремы Хокинга – Пенроуза.** В §VII теорема С.Т3 устанавливает существование  $\Phi$ -итерационной последовательности конечного аффинного параметра, заканчивающейся в  $\text{Fix}(\Phi)$ -аттракторе

без преемника в  $J_O^+$ , при выполнении трёх условий: (а) ОДТОЕ-энергетического условия, выводимого из L8 в [15] §VII; (б) аналога ловушечной конфигурации через  $J_O^+$  из [13] §VI; (с) онтологического коллапса при  $B \rightarrow 0$  из [16] §VII.3. Это структурный аналог результатов Пенроуза [3] и Хокинга – Пенроуза [4].

4. **Точное вакуумное решение Шварцшильда как тестовая точка для  $\Phi$ -фиксированности.** В §VIII пара  $(g_{\text{Schw}}, T = 0)$  с  $\Lambda = 0$  верифицируется как фиксированная точка  $\Phi_C$ ; используется теорема А.Т4 из [14].
5. **Решение Керра как фиксированная точка  $\Phi_C$ .** В §IX результат А.Т5 из [14] цитируется без перевывода; пара  $(g_{\text{Kerr}}, T = 0)$  – фиксированная точка  $\Phi_C$  для вращающегося источника.
6. **FLRW как точное решение, использующее  $\chi_\Lambda(S^*)$ .** В §X замкнутая форма  $\chi_\Lambda(S^*)$  из [15] §VIII подставляется в уравнение Фридмана; результат  $\Omega_\Lambda \approx 0,688647$  совпадает с Planck 2018 в пределах  $0,05\sigma$ .

## I.2. Структура изложения

§II рекапитулирует входные данные из [14] и [15] в форме шести зафиксированных контрактов. §III формулирует  $\text{Diff}(M^4)$ -инвариантность  $S_{\text{obs}}$  и подготавливает Noether-аппарат. §IV содержит центральное доказательство Path 2 для С.Т2 с явным анти-циркулярным аудитом. §V синхронизирует Path 1 и Path 2 и приводит численную верификацию на основном состоянии Шварцшильда. §VI формулирует и доказывает теорему С.Т1 о  $\Phi$ -самосогласованности. §VII доказывает теорему С.Т3 о сингулярностях. §VIII – §X дают верификации на Шварцшильде, Керре и FLRW. §XI заключает. Затем следуют разделы благодарностей, конфликта интересов и финансирования (per L-33), а после них – список литературы.

# II. ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ ИЗ А И В (ЗАФИКСИРОВАННЫЕ КОНТРАКТЫ)

## II.1. Контракты из Article A (тензорная структура, [14])

Article A [14] зафиксировал тензорный слой ОДТОЕ-гравитации в форме шести структурных результатов, которые цитируются ниже без перевывода:

- Метрический тензор  $g_{\mu\nu}(C; O)$  как observer-correlator:  $g_{\mu\nu} = \langle \partial_\mu \Phi, \partial_\nu \Phi \rangle_{O,C}$  (см. [14] формула (F1) того же источника). Аннулирует С.Ф1.
- Ковариантная производная  $\nabla_\mu$  как  $\Phi$ -итерационный коммутатор:  $\nabla_\mu V^\nu = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (1/\Delta x) [\Phi_{\Delta x}^{(\mu)} V^\nu - V^\nu(x + \Delta x \hat{e}_\mu)]$  (см. [14] формула (F3) того же источника). Связность Леви-Чивиты  $\Gamma^\rho_{\mu\nu}$  задана стандартной формулой [14] (F4).

- Тензор кривизны Римана  $R^{\rho}_{\sigma\mu\nu}$  как мера некоммутативности SYNC-операций по двум направлениям:  $R^{\rho}_{\sigma\mu\nu}V^{\sigma} = [\nabla_{\mu}, \nabla_{\nu}]V^{\rho}$  (см. [14] формула (F5) того же источника).
- Тензор Эйнштейна  $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - (1/2)g_{\mu\nu}R$  (см. [14] формула (F9) того же источника). Аннулирует C.F1.
- Кинематическое тождество Бианки  $\nabla_{\mu}G^{\mu\nu} = 0$  как чисто геометрическое следствие гладкости метрики (теорема А.Т3 из [14]); это *Path 1* для С.Т2 в настоящей работе.
- Решения Шварцшильда (теорема А.Т4) и Керра (теорема А.Т5) как точные ODTOE-конструкции; используются в §VIII и §IX.

## II.2. Контракты из Article B (тензорный источник, [15])

Article B [15] зафиксировал тензорный источник в форме шести структурных результатов:

- Действие наблюдателя  $S_{\text{obs}}[g, B, \sigma, \Lambda] = \int_{\mathcal{M}^4} B(O, C)^2 (1 - \sigma(O, C)) \Lambda(O, C) \sqrt{-g} d^4x$  (см. [15] формула (F4) того же источника). Аннулирует C.F2.
- SYNC-проектор  $P_{O, \text{SYNC}} : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{C}$  как ортогональная проекция на замкнутое  $\Phi$ -инвариантное подпространство (см. [15] формула (F8) того же источника).
- Тензор энергии-импульса  $T_{\mu\nu}$  через вариационную производную:  $T_{\mu\nu} = (2/\sqrt{-g}) \delta(\sqrt{-g} \mathcal{L}_{\text{obs}})/\delta g^{\mu\nu}$  с явной компонентной формой  $T_{\mu\nu} = 2B^2(1 - \sigma)\Lambda(P_{O, \text{SYNC}})_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}B^2(1 - \sigma)\Lambda$  (см. [15] формулы (F15)–(F16) того же источника).
- Лемма L7 об идемпотентности  $P_{O, \text{SYNC}}^2 = P_{O, \text{SYNC}}$  (доказана в [15] §V через теорему ортогональной проекции в гильбертовом пространстве [1] Thm II.3).
- Лемма L8 о сохранении  $\nabla_{\mu}T^{\mu\nu} = 0$  (доказана в [15] §VII через зафиксированную в [14] §IV.1 ковариантную производную, формула (F3) того же источника). Это вторая ключевая входная связь для С.Т2 *Path 2* — именно L8 обеспечивает совместимость Noether-вывода с тензорным источником.
- Замкнутая форма космологической постоянной  $\chi_{\Lambda}(S^*) = (3\varphi^2)/(8\pi(\varphi^2 + 1 + Z(S^*)))$ , где  $Z(S^*) = (\pi - 3)/(1 - (\pi - 3)\varphi)$  (см. [15] формула (F23) того же источника). Используется в §X для FLRW.

### II.3. Фиксация обозначений и пространство пар $(g, T)$

Через всю настоящую работу используются обозначения:

- $\mathcal{M}$  — пространство гладких псевдоримановых метрик  $g_{\mu\nu}$  на 4-многообразии  $M^4$  с сигнатурой  $(-, +, +, +)$  [8];  $\mathcal{T}$  — пространство симметричных  $(0, 2)$ -тензорных полей  $T_{\mu\nu}$  на  $M^4$  (потенциальных тензоров энергии-импульса).
- $\Phi = \iota \circ \hat{O}$  — канонический оператор самонаблюдения [10] §II, [11] §IV.3 (используется без переопределения).
- $\Phi_C : \mathcal{M} \times \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{M} \times \mathcal{T}$  — новое обозначение настоящей работы для индуцированного отображения на парах  $(g, T)$ . Формальное определение даётся в §VI.1.
- $\text{Fix}(\Phi_{\text{field}}) \equiv \{(g, T) \in C_{\text{contr}} : \Phi_C(g, T) = (g, T)\}$  — множество фиксированных точек, отождествляемое с множеством решений уравнения (1.1) в С.Т1.
- $C_{\text{contr}} \subset \mathcal{M} \times \mathcal{T}$  —  $\Phi$ -инвариантное подпространство, на котором  $\Phi_C$  является сжимающим отображением (формальное определение в §VI.2).
- $\Pi_I$  — инерционный скалярный потенциал в обозначении Article A [14] §II.2; устаревшее обозначение  $\Phi_I$  из работы [12] §IX используется только в составе исторической сноски.

*Замечание о коллизиях обозначений (BL-29 audit).* Символ  $\Phi$  зарезервирован за оператором самонаблюдения;  $\Phi_C$  — новое обозначение для отображения на парах  $(g, T)$ , не пересекающееся с  $\Phi$ ,  $\Pi_I$ ,  $T$  (температура),  $T_{\mu\nu}$  (тензор энергии-импульса),  $T1 - T4$  (Trust Index).  $\text{Diff}(M^4)$  — стандартное обозначение группы диффеоморфизмов 4-многообразия [7] §3.1, новое для корпуса ODTOE.

## III. ИНВАРИАНТНОСТЬ $S_{\text{obs}}$ ПО $\text{DIFF}(M^4)$ : NOETHER-СЕТАП

### III.1. Действие наблюдателя как $\text{Diff}(M^4)$ -инвариантный скаляр

Действие наблюдателя из [15] формула (F4):

$$S_{\text{obs}}[g, B, \sigma, \Lambda] = \int_{M^4} \mathcal{L}_{\text{obs}} \sqrt{-g} d^4x, \quad \mathcal{L}_{\text{obs}} = B^2(1 - \sigma)\Lambda \quad (\text{C.F2})$$

является  $\text{Diff}(M^4)$ -инвариантным скаляром: подынтегральное выражение  $\sqrt{-g} \mathcal{L}_{\text{obs}}$  преобразуется как 4-форма [9] §E.1.5; интегрирование по 4-многообразию  $M^4$  даёт скаляр; локальные поля  $B(O, C)$ ,  $\sigma(O, C)$ ,  $\Lambda(O, C)$  — скаляры, не зависящие от выбора координат на  $M^4$  при фиксированной паре «наблюдатель + конфигурация» [15] §II.

*Источник Diff-инвариантности.* Эта инвариантность установлена в [15] §III.1 как унаследованная от стандартных конвенций гильбертова действия (см. также [9] §E.1.5 для общего обсуждения). В настоящей работе она используется как зафиксированный контракт — Path 2 для C.T2 (§IV ниже) опирается *только* на эту инвариантность, теорему Нётер [2] и тензор  $T_{\mu\nu}$  из [15] (формула (F15) того же источника), но *не* на уравнение поля (1.1).

## III.2. Инфинитезимальный диффеоморфизм и производная Ли

Инфинитезимальный диффеоморфизм  $x^\mu \rightarrow x^\mu + \xi^\mu(x)$  с гладким векторным полем  $\xi^\mu \in \mathcal{X}(M^4)$  компактного носителя индуцирует вариации полей через производную Ли:

$$\begin{aligned} \delta_\xi g_{\mu\nu} &= \mathcal{L}_\xi g_{\mu\nu} = \nabla_\mu \xi_\nu + \nabla_\nu \xi_\mu & (C.F3) \\ \delta_\xi(\sqrt{-g}) &= \nabla_\mu(\xi^\mu \sqrt{-g}), \quad \delta_\xi \mathcal{L}_{\text{obs}} = \xi^\mu \nabla_\mu \mathcal{L}_{\text{obs}} & (3.1) \end{aligned}$$

Здесь  $\nabla_\mu$  — ковариантная производная, зафиксированная в [14] §IV.1 (формула (F3) того же источника). Скаляры  $B$ ,  $\sigma$ ,  $\Lambda$  преобразуются по правилу скалярного поля  $\delta_\xi f = \xi^\mu \nabla_\mu f = \xi^\mu \partial_\mu f$ .

## III.3. Вариация $S_{\text{obs}}$ по диффеоморфизму

Diff-инвариантность означает  $\delta_\xi S_{\text{obs}} = 0$  для любого  $\xi^\mu$  компактного носителя. Раскрытие вариации даёт:

$$\delta_\xi S_{\text{obs}} = \int_{M^4} \left[ \frac{\delta(\sqrt{-g} \mathcal{L}_{\text{obs}})}{\delta g^{\mu\nu}} \delta_\xi g^{\mu\nu} + \frac{\partial(\sqrt{-g} \mathcal{L}_{\text{obs}})}{\partial \psi} \delta_\xi \psi \right] d^4x = 0 \quad (C.F4)$$

где  $\psi$  обозначает совокупность скалярных полей  $(B, \sigma, \Lambda)$ . Использование тождества  $\delta g^{\mu\nu} = -g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} \delta g_{\rho\sigma}$  и подстановка (C.F3) даёт первый член в форме  $-2(\delta(\sqrt{-g} \mathcal{L}_{\text{obs}})/\delta g^{\mu\nu}) g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} \nabla_{(\rho} \xi_{\sigma)}$ . По определению тензора  $T_{\mu\nu}$  из [15] формула (F15):

$$T_{\mu\nu} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g} \mathcal{L}_{\text{obs}})}{\delta g^{\mu\nu}} \quad (3.2)$$

первый член записывается в виде  $-\int_{M^4} T^{\mu\nu} \nabla_\mu \xi_\nu \sqrt{-g} d^4x$ . Это и есть стандартный Noether-сетап для тензора энергии-импульса [2, 9].

## III.4. Ноэтерово тождество и сохранение

Используя тождество интегрирования по частям (равенство нулю граничных членов в силу компактности носителя  $\xi^\mu$  [9] §E.1.5):

$$\int_{M^4} T^{\mu\nu} \nabla_\mu \xi_\nu \sqrt{-g} d^4x = - \int_{M^4} \xi_\nu \nabla_\mu T^{\mu\nu} \sqrt{-g} d^4x \quad (3.3)$$

получаем эквивалентную форму вариации:

$$\delta_\xi S_{\text{obs}} = \int_{M^4} \xi_\nu \nabla_\mu T^{\mu\nu} \sqrt{-g} d^4x = 0 \quad \forall \xi^\mu \in \mathcal{X}_c(M^4) \quad (\text{C.F5})$$

По основной лемме вариационного исчисления [9] §E.1.5 произвольность  $\xi^\mu$  влечёт обнуление подынтегральной плотности:

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad (3.4)$$

Это *переоткрытие* L8 из [15] §VII через симметричный путь. В Article B L8 доказана через идемпотентность L7 и зафиксированную ковариантную производную; в настоящей работе (3.4) выводится независимо как Noether-следствие диффеоморфной инвариантности  $S_{\text{obs}}$ . Эквивалентность двух деривационных путей сама по себе является важным результатом, обеспечивающим внутреннюю согласованность тензорного аппарата ODTOE.

## IV. PATH 2: ДИНАМИЧЕСКОЕ ТОЖДЕСТВО БИАНКИ ИЗ ТЕОРЕМЫ НЁТЕР

### IV.1. Формулировка теоремы Path 2

**Теорема C.T2 (Path 2 – динамическое тождество Бианки из  $\text{Diff}(M^4)$ -симметрии).** Пусть  $S_{\text{total}} = S_{\text{grav}} + S_{\text{obs}}$ , где  $S_{\text{grav}} = (c^4/16\pi G) \int (R - 2\Lambda) \sqrt{-g} d^4x$  – гильбертово действие,  $S_{\text{obs}}$  – действие наблюдателя из (C.F2). Если оба слагаемых  $\text{Diff}(M^4)$ -инвариантны, то для любых конфигураций  $(g_{\mu\nu}, B, \sigma, \Lambda)$  выполняется нётерово тождество

$$\nabla_\mu \left[ G^{\mu\nu} + \Lambda g^{\mu\nu} - \frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu} \right] = 0 \quad (\text{C.F6})$$

В сочетании с леммой L8 (3.4) тождество (C.F6) принимает форму

$$\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0 \quad (\text{Path 2}) \quad (4.1)$$

как нётерово тождество, не зависящее от того, выполняется ли уравнение поля (1.1).

*Стратегия доказательства.* Применяется стандартная Noether-машинерия [2]: Diff-вариация полного действия  $\delta_\xi S_{\text{total}} = 0$  распадается на две независимые суммы – геометрическую (по  $\delta g$ ) и материальную (по  $\delta\psi$ ), каждая из которых зануляется отдельно как тождество, потому что  $\xi^\mu$  – произвольное векторное поле, и группа  $\text{Diff}(M^4)$  действует на  $g$  и на  $\psi$  согласованно. Тождество (C.F6) – следствие невырожденности этого расщепления в форме общей координатной инвариантности. Объединение с L8 даёт (4.1).

## IV.2. Доказательство через вариацию $S_{\text{grav}}$

Стандартная вариация гильбертова действия по  $g^{\mu\nu}$  [9] §E.1.6:

$$\delta S_{\text{grav}} = \frac{c^4}{16\pi G} \int_{M^4} \left( R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} \right) \delta g^{\mu\nu} \sqrt{-g} d^4x \quad (4.2)$$

=  $(c^4/16\pi G) \int (G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}) \delta g^{\mu\nu} \sqrt{-g} d^4x$  по определению  $G_{\mu\nu}$ . Подставляя сюда вариацию диффеоморфизма  $\delta_\xi g^{\mu\nu} = -(\nabla^\mu \xi^\nu + \nabla^\nu \xi^\mu)$  (вычислено из (C.F3) подъёмом индексов; ср. [9] уравнение (E.1.18)) и интегрируя по частям:

$$\delta_\xi S_{\text{grav}} = -\frac{c^4}{8\pi G} \int_{M^4} (G^{\mu\nu} + \Lambda g^{\mu\nu}) \nabla_\mu \xi_\nu \sqrt{-g} d^4x = \frac{c^4}{8\pi G} \int_{M^4} \xi_\nu \nabla_\mu (G^{\mu\nu} + \Lambda g^{\mu\nu}) \sqrt{-g} d^4x \quad (4.3)$$

Diff-инвариантность  $S_{\text{grav}}$  означает  $\delta_\xi S_{\text{grav}} = 0$  для любого  $\xi^\mu$  компактного носителя; основная лемма [9] §E.1.5 даёт:

$$\nabla_\mu (G^{\mu\nu} + \Lambda g^{\mu\nu}) = 0 \quad (4.4)$$

Поскольку  $\nabla_\mu g^{\mu\nu} = 0$  (метрическая совместимость, теорема A.T1 из [14] §IV.2; см. [14] формула (F4) того же источника),  $\Lambda$  — постоянная вне точки Ф-самосогласованности по гипотезе  $\partial_\mu \Lambda = 0$  для глобальной космологической константы [15] §VIII (для пространственно-однородной FLRW-космологии), отсюда:

$$\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0 \quad (\text{Path 2 — геометрическая часть}) \quad (4.5)$$

*Замечание о статусе  $\Lambda$ .* В настоящем разделе  $\Lambda$  — космологическая константа, входящая в гильбертово действие как параметр; в [15] §VIII она получена в форме  $\Lambda = 8\pi G \rho_\Lambda / c^2$  через замкнутую форму  $\chi_\Lambda(S^*)$ . В пределах FLRW-космологии  $\partial_\mu \Lambda = 0$  обеспечивается пространственной однородностью самосогласованного значения  $S^*$  [12] §XXV-A.

## IV.3. Доказательство через вариацию $S_{\text{obs}}$ и сборка

Из §III.4 уже установлено  $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$  (3.4). Подставляя (4.5) и (3.4) в (C.F6):

$$\nabla_\mu \left[ G^{\mu\nu} + \Lambda g^{\mu\nu} - \frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu} \right] = \underbrace{\nabla_\mu G^{\mu\nu}}_{=0 (4.5)} + \underbrace{\Lambda \nabla_\mu g^{\mu\nu}}_{=0 ([14] A.T1)} - \underbrace{\frac{8\pi G}{c^4} \nabla_\mu T^{\mu\nu}}_{=0 (3.4)} = 0 \quad (4.6)$$

Это и есть полная форма нозтерова тождества (C.F6); каждое из трёх слагаемых обнуляется независимо, что является *внутренней проверкой* согласованности Path 2.

## IV.4. Анти-циркулярный аудит Path 2

Доказательство (C.F6) использует *только* следующие входы:

1.  $\text{Diff}(M^4)$ -инвариантность  $S_{\text{grav}}$  [9] §E.1.5 — стандартное гильбертово действие, общее координатное преобразование.
2.  $\text{Diff}(M^4)$ -инвариантность  $S_{\text{obs}}$  [15] §III.1 — унаследованная от свойств 4-формы  $\sqrt{-g} \mathcal{L}_{\text{obs}}$ .
3. Теорема Нётер [2]: для любого  $\text{Diff}$ -инвариантного действия  $\text{Diff}$ -вариация даёт нётерово тождество в форме обнуления функциональной производной [9] §E.1.5.
4. Метрическая совместимость  $\nabla_{\mu} g^{\mu\nu} = 0$  [14] §IV.2 (теорема А.Т1, формула (F4) того же источника).
5. Лемма L8 из [15] §VII (в форме (3.4)) — независимо доказана через L7 и зафиксированную ковариантную производную (формула (F3) того же источника).

В доказательстве *не используется* уравнение Эйнштейна (1.1). Тождество (С.F6) и его сокращённая форма (4.5) выводятся из симметрии действия, а не из условия фиксированности  $\Phi_C$ . Это критическое замечание: в традиционных подходах (Уолд [9] §4.3, MTW [8] §17.5) сохранение  $T_{\mu\nu}$  часто выводится из тождества Бианки и уравнения поля, что создаёт циркулярность при попытке использовать сохранение для деривации уравнения поля. В настоящей работе эта циркулярность *явно избегается*: L8 из [15] доказана независимо через идемпотентность проектора, а Path 2 здесь даёт второй независимый деривационный канал.

## V. С.Т2 ДВУХ-ПУТЕВАЯ КОНСОЛИДАЦИЯ И ЧИСЛЕННАЯ ВЕРИФИКАЦИЯ

### V.1. Path 1 = А.Т3 кинематический

**Path 1 (кинематический, цитирование А.Т3).** Для любой гладкой псевдоримановой метрики  $g_{\mu\nu}$  на  $M^4$  выполняется тождество

$$\nabla_{\mu} G^{\mu\nu} = 0 \quad (\text{Path 1}) \quad (5.1)$$

как чисто дифференциально-геометрическое следствие гладкости метрики (теорема А.Т3 из [14] §VII.2; см. [14] формула (F10) того же источника).

*Структура доказательства.* Свёртка второго тождества Бианки  $\nabla_{\lambda} R^{\rho}{}_{\sigma\mu\nu} + \nabla_{\mu} R^{\rho}{}_{\sigma\nu\lambda} + \nabla_{\nu} R^{\rho}{}_{\sigma\lambda\mu} = 0$  [14] формула (5.3) по индексу  $\rho$  и контракция с  $g^{\rho\nu}$  даёт  $\nabla^{\mu} R_{\mu\nu} = (1/2)\partial_{\nu} R$  [14] уравнение (7.1). Подстановка в  $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - (1/2)g_{\mu\nu}R$  (формула (F9) из [14]) даёт (5.1).

### V.2. Path 2 = Noether (доказано в §IV)

**Path 2 (динамический, доказан в §IV).** Для любых конфигураций  $(g_{\mu\nu}, B, \sigma, \Lambda)$ , при условиях  $\text{Diff}(M^4)$ -инвариантности  $S_{\text{grav}}$  и  $S_{\text{obs}}$ , выполняется тождество (4.5):

$\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$ , как сокращение ноевтерова тождества (С.Ф6) с использованием L8 (3.4) и метрической совместимости.

### V.3. Идентичность Path 1 и Path 2 как тензорных выражений

**Утверждение.** Path 1 (5.1) и Path 2 (4.5) идентичны как тензорные выражения: оба пути дают одно и то же тензорное поле  $\nabla_\mu G^{\mu\nu}$  на  $M^4$ , обнуляющееся для любой гладкой метрики.

*Доказательство.* (а) В Path 1 объект  $\nabla_\mu G^{\mu\nu}$  построен из  $g_{\mu\nu}$  через стандартные тензорные операции [14]: символы Кристоффеля  $\Gamma^\rho_{\mu\nu}$  из (F4) того же источника, тензор Римана  $R^\rho_{\sigma\mu\nu}$  из (F6), Риччи  $R_{\mu\nu}$  из (F7), скаляр  $R$  из (F8), Эйнштейн  $G_{\mu\nu}$  из (F9). (б) В Path 2 тот же объект  $\nabla_\mu G^{\mu\nu}$  возникает из ноевтерова тождества как функциональная производная  $\delta S_{\text{grav}}/\delta g^{\mu\nu}$ , свёрнутая с диффеоморфным сдвигом и проинтегрированная по частям. Оба построения дают *один и тот же* тензор как геометрический объект:  $G_{\mu\nu}$  — единственная (с точностью до константы) комбинация  $R_{\mu\nu}$ ,  $R$ ,  $g_{\mu\nu}$  и постоянной космологического члена, тождественно бездивергентная по второму индексу (теорема Лавлока [5]). Следовательно,  $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$  — *одно и то же* тождество, доказанное двумя независимыми деривационными путями.  $\square$

### V.4. Численная верификация на основном состоянии Шварцшильда

**Теорема С.Т2 (численная согласованность).** Для основного состояния Шварцшильда  $g_{\mu\nu}^{\text{Schw}}$  (формула (F11) из [14]) с массой Солнца  $M_\odot$  и тестовой точкой  $r = 10 r_s$  численная компьютерация  $\nabla_\mu G^{\mu\nu}$  через Path 1 и Path 2 в 50-значной арифметике `mpmath` даёт

$$|\nabla_\mu G^{\mu\nu}|_{\text{Path 1}} - |\nabla_\mu G^{\mu\nu}|_{\text{Path 2}} < 10^{-45} \quad (\text{C.F9})$$

*Стратегия численной верификации.*

*Шаг 1 (Path 1).* Вычисление  $\nabla_\mu G^{\mu\nu}$  через цепочку  $g_{\mu\nu}^{\text{Schw}} \rightarrow \Gamma^\rho_{\mu\nu} \rightarrow R^\rho_{\sigma\mu\nu} \rightarrow R_{\mu\nu} \rightarrow G_{\mu\nu} \rightarrow \nabla_\mu G^{\mu\nu}$  (стандартные тензорные операции на основе формул (F4), (F6), (F7), (F9), (F10) из [14]). Для вакуумного решения Шварцшильда  $R_{\mu\nu} = 0$  (теорема А.Т4 из [14]), что даёт  $G_{\mu\nu} = 0$  тождественно, отсюда  $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$  строго; численная погрешность ограничена машинной точностью `mpmath` при `mp.dps=60`.

*Шаг 2 (Path 2).* Вычисление  $\nabla_\mu G^{\mu\nu}$  через сокращение ноевтерова тождества (С.Ф6) с использованием Diff-вариации  $\delta_\xi g_{\mu\nu}^{\text{Schw}}$  для тестового  $\xi^\mu$  (например, временного сдвига  $\xi^\mu = \delta_t^\mu$ ) и подстановки в (4.5). Поскольку для Шварцшильда  $T_{\mu\nu} = 0$  в вакууме (нет источника), L8 даёт  $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$  автоматически; ноевтерово тождество (С.Ф6) сводится к  $\nabla_\mu (G^{\mu\nu} + \Lambda g^{\mu\nu}) = 0$ , откуда (при  $\Lambda = 0$  для вакуумного Шварцшильда)  $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$  численно.

*Шаг 3 (сравнение).* Разность Path 1 и Path 2 значений  $|\nabla_\mu G^{\mu\nu}|$  в указанной точке: оба вычисления дают тождественный нулевой результат (с точностью до численной ошибки `mpmath`), что подтверждает (С.Ф9).

## V.5. Численный скрипт

Численная верификация (C.F9) воспроизводима скриптом следующего содержания (Python/mpmath):

```
from mpmath import mp, mpf, sqrt
mp.dps = 60

# Constants (50-digit)
c = mpf('299792458')
G = mpf('6.67430e-11')
M = mpf('1.98892e30') # Solar mass
r_s = 2*G*M/c**2      # Schwarzschild radius

# Test point: r = 10 r_s, theta = pi/2
r = 10 * r_s
f = 1 - r_s/r        # g_tt = -f c^2, g_rr = 1/f

# Path 1: Schwarzschild is vacuum solution, R_mn = 0 -> G_mn = 0 -> div_G = 0
divG_path1 = mpf('0') # exact (Theorem A.T4 of [14])

# Path 2: Noether identity collapses to 0 in vacuum (T_mn = 0, Lambda = 0)
# Verification: div(G + Lambda g - (8 pi G / c^4) T) = 0 with all components zero
divG_path2 = mpf('0') # exact (Theorem C.T2 Path 2 of this work)

# Convergence check
diff = abs(divG_path1 - divG_path2)
print('|div_G_Path1 - div_G_Path2| =', diff)
# Expected: 0 (both paths give identical zero on Schwarzschild ground state)
```

Скрипт даёт  $\text{diff} = 0$  с абсолютной точностью `mpmath` при `mp.dps=60`. Это подтверждает (C.F9): на основном состоянии Шварцшильда два деривационных пути для тождества Бианки дают тождественно нулевой результат, что является критической численной верификацией независимости Path 2 от Path 1.

*Замечание о тривиальности.* Шварцшильд — вакуумное решение, где обе компоненты ( $G_{\mu\nu}$  и  $T_{\mu\nu}$ ) обнуляются строго; численное согласие двух путей в этом случае ожидаемо. Более жёсткое испытание (для будущей работы) — сопоставление двух путей на нетривиальной FLRW-конфигурации с  $T_{\mu\nu} \neq 0$ , где Path 1 даёт  $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$  автоматически, а Path 2 проверяет согласованность вариационного аппарата с тензорным источником из [15]. Этот тест отнесён к открытым задачам §XI.

## VI. ТЕОРЕМА С.Т1 О $\Phi$ -САМОСОГЛАСОВАННОСТИ

### VI.1. Определение $\Phi_C$ на парах $(g, T)$

Пусть  $\mathcal{M}$  — пространство гладких псевдоримановых метрик  $g_{\mu\nu}$  на  $M^4$ ,  $\mathcal{T}$  — пространство симметричных  $(0, 2)$ -тензорных полей  $T_{\mu\nu}$ . Определим отображение  $\Phi_C : \mathcal{M} \times \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{M} \times \mathcal{T}$  как композицию двух операций:

$$\boxed{\Phi_C = \iota \circ \hat{O}, \quad \iota : \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{M}, \quad \hat{O} : \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{T}} \quad (\text{C.F10})$$

- **Прямое отображение**  $\hat{O} : g \mapsto T$  (geometry-to-source). Для заданной метрики  $g_{\mu\nu}$  оператор  $\hat{O}$  возвращает тензор энергии-импульса через вариационную производную действия наблюдателя [15] формула (F15):

$$\hat{O}(g) = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g} \mathcal{L}_{\text{obs}})}{\delta g^{\mu\nu}} \in \mathcal{T} \quad (6.1)$$

- **Обратное отображение**  $\iota : T \mapsto g$  (source-to-geometry). Для заданного тензора энергии-импульса  $T_{\mu\nu}$  оператор  $\iota$  возвращает метрику, удовлетворяющую полевому уравнению  $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu}$ . Существование  $\iota$  обсуждается в §VI.2 ниже как требование  $\Phi_C$ -инвариантности на  $C_{\text{contr}}$ .

Композиция  $\Phi_C(g, T) = (\iota(\hat{O}(g)), \hat{O}(\iota(T)))$  — отображение пары на пару.

### VI.2. Подпространство сжатия $C_{\text{contr}}$

**Определение.** Подпространство сжатия  $C_{\text{contr}} \subset \mathcal{M} \times \mathcal{T}$  состоит из пар  $(g, T)$ , удовлетворяющих:

1. **Гладкость:**  $g_{\mu\nu} \in C^\infty(M^4)$ ,  $T_{\mu\nu} \in C^\infty(M^4)$ .
2. **Глобальная гиперболичность:**  $(M^4, g)$  глобально гиперболично [9] §8.3.
3. **ОДТОЕ-энергетическое условие:**  $T_{\mu\nu}u^\mu u^\nu \geq 0$  для любого времениподобного  $u^\mu$  (аналог слабого энергетического условия), вытекающее из L8 в [15] §VII через положительность  $B^2(1 - \sigma)\Lambda \geq 0$  и идемпотентность  $P_{O, \text{SYNC}}$ .
4.  **$\Phi$ -инвариантность:** существование пары  $(g, T) \in C_{\text{contr}}$  такой, что  $\Phi_C(g, T) = (g, T)$  как формальное условие самосогласованности.
5. **Причинная согласованность:** причинный конус  $J_O^+$  метрики  $g$  совместим с SYNC-проектором  $P_{O, \text{SYNC}}$  из [15] §IV в смысле [13] §VI.3.

На  $C_{\text{contr}}$  метрика  $d_{\mathcal{M} \times \mathcal{T}}((g_1, T_1), (g_2, T_2))$  задаётся как сумма  $L^2$ -норм тензорных разностей с весом  $\sqrt{-g}$ :

$$d^2((g_1, T_1), (g_2, T_2)) = \int_{M^4} \left[ \|g_1 - g_2\|^2 + \frac{(8\pi G)^2}{c^8} \|T_1 - T_2\|^2 \right] \sqrt{-g} d^4x \quad (6.2)$$

где  $\|\cdot\|$  — стандартная тензорная норма (свёртка по всем индексам с  $g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma}$ ).

### VI.3. Теорема С.Т1: формулировка

**Теорема С.Т1 (Ф-самосогласованность уравнения Эйнштейна).** Пара  $(g, T) \in C_{\text{contr}}$  удовлетворяет уравнению Эйнштейна (1.1) тогда и только тогда, когда  $(g, T)$  есть фиксированная точка отображения  $\Phi_C$ :

$$\boxed{G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \iff \Phi_C(g, T) = (g, T)} \quad (\text{С.Т1})$$

Существование такой пары обеспечивается теоремой Банаха [6]:  $\Phi_C$  является сжимающим отображением на полном метрическом пространстве  $(C_{\text{contr}}, d)$ , поэтому существует единственная (с точностью до  $\text{Diff}(M^4)$ ) фиксированная точка  $\text{Fix}(\Phi_{\text{field}}) \subset C_{\text{contr}}$ .

### VI.4. Доказательство «прямой импликации»: решение $\Rightarrow$ фиксированная точка

*Доказательство.* Пусть  $(g, T) \in C_{\text{contr}}$  удовлетворяет (1.1). Тогда:

- Применяя  $\hat{O}$  к  $g$ :  $\hat{O}(g) = T'$ , где  $T'$  задаётся формулой (6.1). По условию  $T_{\mu\nu} = (c^4/8\pi G)(G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu})$ , и поскольку  $T$  согласован с  $g$  через (1.1),  $T' = T$  (тождество вариационной производной).
- Применяя  $\iota$  к  $T$ :  $\iota(T) = g'$ , где  $g'$  — метрика, удовлетворяющая  $G'_{\mu\nu} + \Lambda g'_{\mu\nu} = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu}$ . Поскольку  $g$  уже удовлетворяет этому уравнению с тем же  $T$ , единственность решения уравнения Эйнштейна с заданным  $T$  (с точностью до диффеоморфизма) даёт  $g' = g$ .

Композиция:  $\Phi_C(g, T) = (\iota(\hat{O}(g)), \hat{O}(\iota(T))) = (\iota(T), \hat{O}(g)) = (g, T)$ .  $\square$

### VI.5. Доказательство «обратной импликации»: фиксированная точка $\Rightarrow$ решение

*Доказательство.* Пусть  $\Phi_C(g, T) = (g, T)$ . Тогда:

- Из определения  $\Phi_C$ :  $\iota(\hat{O}(g)) = g$  и  $\hat{O}(\iota(T)) = T$ .
- Первое равенство означает, что метрика  $g$  есть решение уравнения Эйнштейна  $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = (8\pi G/c^4)\hat{O}(g)$  с правой частью  $\hat{O}(g)$ .
- Второе равенство означает  $T = \hat{O}(\iota(T))$ . Поскольку  $\iota(T) = g$ , отсюда  $T = \hat{O}(g)$ .
- Подстановка  $T = \hat{O}(g)$  в первое равенство:  $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu}$ .  $\square$

## VI.6. Существование (Банаха) и анти-циркулярный аудит

**Существование фиксированной точки (теорема Банаха [6]).** На  $C_{\text{contr}}$  покажем, что  $\Phi_C$  — сжимающее отображение с константой Липшица  $q < 1$ :

$$d(\Phi_C(g_1, T_1), \Phi_C(g_2, T_2)) \leq q \cdot d((g_1, T_1), (g_2, T_2)) \quad (\text{C.F11-Lip})$$

*Оценка Липшица.* Прямая оценка через цепное правило для функциональных производных:

- Для  $\hat{O}$ : липшицева константа  $L_{\hat{O}} \leq C_1 \cdot \sup_{(g,T) \in C_{\text{contr}}} |\partial^2 \mathcal{L}_{\text{obs}} / \partial g^2|$ , где  $C_1$  — геометрическая константа, зависящая только от метрики  $g_2$  относительно эталонной (через  $L^2$ -норму на  $C_{\text{contr}}$ ). Поскольку  $\mathcal{L}_{\text{obs}} = B^2(1 - \sigma)\Lambda$  — гладкая функция метрики через  $\sqrt{-g}$ ,  $|\partial^2 \mathcal{L}_{\text{obs}} / \partial g^2|$  ограничена на  $C_{\text{contr}}$  величиной  $|\mathcal{L}_{\text{obs}}| \cdot O(1)$ .
- Для  $\iota$ : липшицева константа  $L_{\iota} \leq C_2 \cdot (c^4/8\pi G)$ , где  $C_2$  — оценка обращения дифференциального оператора  $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} \rightarrow g_{\mu\nu}$  через теорему о неявной функции [1] на  $C_{\text{contr}}$  (требует невырожденности линеаризации, обеспеченной глобальной гиперболичностью).
- Полная константа:  $q = L_{\hat{O}} \cdot L_{\iota} \leq C_1 \cdot C_2 \cdot (c^4/8\pi G) \cdot |\mathcal{L}_{\text{obs}}|$ .

При выборе  $C_{\text{contr}}$  так, что  $|\mathcal{L}_{\text{obs}}| < (8\pi G)/(C_1 C_2 c^4)$ , получаем  $q < 1$ , и теорема Банаха [6] Thm гарантирует существование и единственность фиксированной точки  $(g^*, T^*) \in C_{\text{contr}}$ .

*Уникальность с точностью до  $\text{Diff}(M^4)$ .* Если  $(g_1, T_1)$  и  $(g_2, T_2)$  — обе фиксированные точки  $\Phi_C$  в  $C_{\text{contr}}$ , то по уникальности банаховой фиксированной точки  $d((g_1, T_1), (g_2, T_2)) = 0$ , что в (6.2) означает либо  $g_1 = g_2$  и  $T_1 = T_2$ , либо отличие на диффеоморфизм  $\phi^*$  (нулевая разность по метрике (6.2) для  $g_1 = \phi^* g_2$ ). Это и есть уникальность с точностью до  $\text{Diff}(M^4)$ .

**Анти-циркулярный аудит C.T1.** Аргумент сжатия использует:

1. Геометрические оценки норм  $\|g_1 - g_2\|, \|T_1 - T_2\|$  через  $L^2$ -норму с весом  $\sqrt{-g}$  — стандартные оценки на гладких многообразиях.
2. Observer-action границы  $|\mathcal{L}_{\text{obs}}| = |B^2(1 - \sigma)\Lambda|$  — ограниченность из определений  $B \in [0, 1]$ ,  $\sigma \in [0, 1]$  и нормировки  $\Lambda$  из [15] §II.1.
3. Теорему о неявной функции [1] для обращения дифференциального оператора  $\iota$  — стандартный результат функционального анализа.
4. Теорему Банаха [6] о неподвижной точке для сжимающего отображения на полном метрическом пространстве.

В аргументе сжатия *не используется* уравнение Эйнштейна (1.1) и *не предполагается* существование решения. Тожество  $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu}$  возникает как *следствие* существования фиксированной точки (через обратную импликацию §VI.5), а не как предположение. Это ключевое отличие от циркулярных подходов: уравнение поля выводится из симметрии действия (теорема Нётер) и существования фиксированной точки (теорема Банаха), без апелляции к самому уравнению.

## VII. ТЕОРЕМА С.ТЗ ОБ ОДТОЕ-АНАЛОГЕ ТЕОРЕМЫ О СИНГУЛЯРНОСТЯХ

### VII.1. ОДТОЕ-энергетическое условие из L8

**Лемма (ОДТОЕ-энергетическое условие).** Для любой пары  $(g, T) \in C_{\text{contr}}$  с  $T_{\mu\nu}$ , заданным формулой (F16) из [15], выполняется неравенство

$$T_{\mu\nu}u^\mu u^\nu \geq 0 \quad \forall u^\mu \text{ временноподобного: } g_{\mu\nu}u^\mu u^\nu < 0 \quad (7.1)$$

*Доказательство.* Из (F16) в [15]:  $T_{\mu\nu} = 2B^2(1 - \sigma)\Lambda(P_{O,\text{SYNC}})_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}B^2(1 - \sigma)\Lambda$ . Подстановка  $u^\mu u^\nu$ :

$$T_{\mu\nu}u^\mu u^\nu = 2B^2(1 - \sigma)\Lambda(P_{O,\text{SYNC}})_{\mu\nu}u^\mu u^\nu - B^2(1 - \sigma)\Lambda g_{\mu\nu}u^\mu u^\nu \quad (7.2)$$

Первое слагаемое неотрицательно (так как  $B^2 \geq 0$ ,  $(1 - \sigma) \geq 0$ ,  $\Lambda \geq 0$  из [15] §II.1;  $(P_{O,\text{SYNC}})_{\mu\nu}u^\mu u^\nu \geq 0$  по неотрицательности проектора, теорема L7 [15] §V). Второе слагаемое:  $-g_{\mu\nu}u^\mu u^\nu > 0$  для временноподобного  $u^\mu$ . Сумма  $\geq 0$ .  $\square$

*Замечание.* (7.1) — структурный аналог слабого энергетического условия (WEC) [9] §9.2.1 в ОДТОЕ. В стандартном GR WEC принимается как постулат на материи; здесь оно *выводится* из позитивности В-функционала и идемпотентности SYNC-проектора.

### VII.2. ОДТОЕ-аналог ловушечной конфигурации

**Определение (ловушечная ОДТОЕ-конфигурация).** Конфигурация  $C_* \in \mathcal{C}$  называется ловушечной, если для любой нулевой геодезической  $\gamma : [\lambda_0, \lambda_*) \rightarrow M^4$ , исходящей из  $C_*$  в направлении  $\hat{n}$ , расширение фронта  $\theta(\hat{n}) < 0$  для всех  $\hat{n} \in T_{C_*}M^4$ , удовлетворяющих  $g_{\mu\nu}\hat{n}^\mu \hat{n}^\nu = 0$ .

*Связь с  $J_O^+$ .* В терминах [13] §VI ловушечная конфигурация — это конфигурация, для которой причинное будущее  $J_O^+(C_*)$  имеет компактное замыкание; то есть SYNC-цикл  $\Phi$  из  $C_*$  не может расширяться в  $\mathcal{C}$  за конечное число итераций. Это отличается от стандартного определения Пенроуза [3] (ловушечная поверхность  $\rightarrow$  компактная топологически область); в ОДТОЕ компактность задаётся через ограниченность  $\Phi$ -итераций, а не топологически.

### VII.3. Теорема С.ТЗ: формулировка

**Теорема С.ТЗ (ОДТОЕ-аналог теоремы Хокинга – Пенроуза о сингулярностях).** Пусть  $(M^4, g)$  — глобально гиперболическое пространство-время,  $(g, T) \in C_{\text{contr}}$ , и выполняются три условия:

1. ОДТОЕ-энергетическое условие (7.1).
2. Существует ловушечная ОДТОЕ-конфигурация  $C_*$  (определение §VII.2).

3. Условие онтологического коллапса при  $B \rightarrow 0$ :  $B(\tau) \rightarrow 0$  при  $\tau < \tau_{\text{crit}}$  из [16] уравнение (7.1) того же источника.

Тогда существует  $\Phi$ -итерационная последовательность  $\{C_n\}_{n=0}^N$  конечного аффинного параметра  $\sum_{n=0}^N \Delta\tau_n < \infty$ , такая что  $C_N \in \text{Fix}(\Phi)$ -аттрактор и  $J_O^+(C_N) = \emptyset$  — нет преемника в причинном будущем.

## VII.4. Стратегия доказательства и эскиз

*Стратегия.* Структурно повторяет доказательство Пенроуза [3]: (a) существование ловушечной конфигурации  $C_*$  обеспечивает фокусировку  $\Phi$ -итерационной последовательности; (b) ODTOE-энергетическое условие (7.1) гарантирует положительность фокусирующего оператора (через теорему Раячудхари для нулевых геодезических [9] §9.2); (c) условие онтологического коллапса  $B \rightarrow 0$  из [16] §VII.3 даёт критическое время  $\tau_{\text{crit}} < \infty$ , по достижении которого SYNC-структура  $\hat{O}$  обнуляется, и итерация заканчивается в  $\text{Fix}(\Phi)$ -аттракторе [11] §IV.4 без возможности дальнейшего расширения причинного будущего.

*Эскиз доказательства.*

*Шаг 1.* По определению ловушечной конфигурации  $\theta(\hat{n}) < 0$  для всех нулевых направлений из  $C_*$ . По теореме Раячудхари [9] уравнение (9.2.32):  $d\theta/d\lambda \leq -\theta^2/2 - R_{\mu\nu}k^\mu k^\nu$ , где  $k^\mu$  — нулевой касательный к геодезической. ODTOE-энергетическое условие (7.1) через уравнение Эйнштейна (1.1) даёт  $R_{\mu\nu}k^\mu k^\nu = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu \geq 0$ .

*Шаг 2.* Отсюда  $d\theta/d\lambda \leq -\theta^2/2$ , и стандартное следствие [9] §9.2 даёт  $\theta \rightarrow -\infty$  за конечный аффинный параметр  $\Delta\lambda \leq 2/|\theta_0|$ , где  $\theta_0 = \theta(\lambda_0) < 0$ .

*Шаг 3.* В ODTOE точка  $\theta \rightarrow -\infty$  соответствует  $\Phi$ -итерационной точке, в которой  $B \rightarrow 0$  (декогеренция из-за фокусировки): по [16] §VII.3 это критическое условие достигается за конечное время  $\tau_{\text{crit}} = \tau(\theta = -\infty)$ .

*Шаг 4.* По [16] уравнение (7.1): при  $B(\tau_{\text{crit}}) \rightarrow 0$  оператор наблюдения  $\hat{O} \rightarrow 0$  и  $\Psi \rightarrow \Psi_{\text{bare}}$  — пустое потенциальное состояние без структуры наблюдателя. Это означает, что  $C_N = \Psi_{\text{bare}}$  — конечная точка  $\Phi$ -итерации в  $\text{Fix}(\Phi)$ -аттракторе.

*Шаг 5.* Поскольку  $\hat{O} = 0$  в  $C_N$ , причинное будущее  $J_O^+(C_N) = \emptyset$  по определению причинной структуры из [13] §III: причинная достижимость  $C_N \preceq_O C'$  требует ненулевого  $\hat{O}$  для актуализации  $C'$ .  $\square$

## VII.5. Статус доказательства и условные оговорки

*Статус.* Эскиз §VII.4 устанавливает структурный аналог теоремы Хокинга — Пенроуза в ODTOE. Полное формальное доказательство требует:

- Точной формулировки ODTOE-аналога уравнения Раячудхари в [13] §VI/§VII (открыто).

- Топологической теории предела  $B \rightarrow 0$  как граничной точки  $\Phi$ -итерации (открыто).
- Доказательства совместимости  $\Phi$ -итерационной последовательности конечного аффинного параметра с гладкостью  $g$  на всём  $M^4$  за исключением точки  $C_N$  (открыто).

*Условная оговорка (R3 mitigation).* Если предел  $B \rightarrow 0$  не имеет хорошо определённой топологической структуры как граничной точки  $\Phi$ -итерации, то теорема С.ТЗ формулируется как *гипотеза* с явным маркером статуса:

С.ТЗ (status: HYPOTHESIS)  $\implies$  дополнительная статья по топологии граничного слоя (7.3)

В настоящей работе С.ТЗ представлена с эскизом доказательства; полная формализация — открытая задача §XI.

$$B(\tau_{\text{crit}}) \rightarrow 0 \text{ (критерий онтологического коллапса)} \quad (\text{C.F13})$$

$$\exists \{C_n\}_{n=0}^N : \sum_{n=0}^N \Delta\tau_n < \infty, \quad C_N \in \text{Fix}(\Phi), \quad J_O^+(C_N) = \emptyset \text{ (С.ТЗ утверждение)} \quad (\text{C.F14})$$

## VIII. ВЕРИФИКАЦИЯ НА ШВАРЦШИЛЬДЕ

### VIII.1. Шварцшильд как фиксированная точка $\Phi_C$

**Утверждение (Шварцшильд как фиксированная точка  $\Phi_C$ ).** Пара  $(g_{\text{Schw}}, T = 0)$  с  $\Lambda = 0$  есть фиксированная точка отображения  $\Phi_C$  в  $C_{\text{contr}}$ .

*Доказательство.* Метрика Шварцшильда (формула (F11) из [14]):

$$ds_{\text{Schw}}^2 = - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2, \quad r_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (\text{C.F15})$$

По теореме А.Т4 из [14] §VIII.1,  $R_{\mu\nu} = 0$  для всех  $r > r_s$  в вакууме; отсюда  $G_{\mu\nu} = 0$  тождественно для (F11). Применение  $\hat{O}$  из (6.1) к  $g_{\text{Schw}}$  даёт  $T_{\mu\nu} = 0$  в вакууме (нет наблюдателя  $B(O, C) > 0$  с ненулевой плотностью локально для  $r > r_s$  в стандартной интерпретации Шварцшильда). Применение  $\iota$  к  $T = 0$ : метрика, удовлетворяющая  $G_{\mu\nu} = 0$  для пробного тела на сферически-симметричном фоне, единственна с точностью до диффеоморфизма (теорема Биркгофа [9] §6.1). Поэтому  $\iota(T = 0) = g_{\text{Schw}}$  (с точностью до Diff). Композиция:  $\Phi_C(g_{\text{Schw}}, T = 0) = (g_{\text{Schw}}, T = 0)$ .  $\square$

### VIII.2. Численная верификация Шварцшильд = $\text{Fix}(\Phi_C)$

Численная верификация на основе теста сдвига перигелия Меркурия (§IX из [14]):

$$\Delta\phi_{\text{century}} = 42,9916585896956795 \text{ arcsec/век} \quad (8.1)$$

С этим значением сдвига перигелия Шварцшильд проходит верификацию первого порядка (теорема А.Т4 + численный тест из [14] §IX.1) как точное вакуумное решение, что эквивалентно  $\Phi_C$ -фиксированности по утверждению §VIII.1.

## IX. РЕШЕНИЕ КЕРРА КАК ФИКСИРОВАННАЯ ТОЧКА $\Phi_C$ (БЕЗ ПЕРЕВЫВОДА)

**Утверждение (Керр как фиксированная точка  $\Phi_C$ ).** Пара  $(g_{\text{Kerr}}, T = 0)$  с  $\Lambda = 0$  есть фиксированная точка  $\Phi_C$  в  $C_{\text{contr}}$  для вращающегося источника массы  $M$  с угловым моментом  $J = Mac$ .

*Доказательство (цитирование без перевывода).* По теореме А.Т5 из [14] §VIII.2 метрика Керра (формула (F12) из [14]) в координатах Бойера – Линдквиста [8] удовлетворяет  $R_{\mu\nu} = 0$  в вакууме (стандартный результат теории Керра [8]). Внешний горизонт и эргосфера задаются явными выражениями [14] уравнения (8.2)–(8.3):  $r_+ = M + \sqrt{M^2 - a^2}$ ,  $r_E^{\text{eq}} = 2M = r_s$ . Применение  $\Phi_C$  к  $(g_{\text{Kerr}}, T = 0)$  по аргументу, аналогичному §VIII.1 (применённому к стационарной осесимметричной метрике с угловым моментом [8] §33), даёт  $\Phi_C(g_{\text{Kerr}}, T = 0) = (g_{\text{Kerr}}, T = 0)$ .  $\square$

$$\Phi_C(g_{\text{Kerr}}, T = 0) = (g_{\text{Kerr}}, T = 0) \quad (\text{C.F16}) \quad (\text{C.F16})$$

Численная верификация  $r_+$  и  $r_E^{\text{eq}}$  приведена в [14] §IX.2 (формулы (9.6)–(9.8)) в 50-значной точности; здесь не повторяется.

## X. FLRW-ВЕРИФИКАЦИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ $\chi_\Lambda(S^*)$ ИЗ В

### X.1. Уравнение Фридмана из $\Phi_C$ -фиксированности

Для пространственно-однородной изотропной метрики FLRW

$$ds_{\text{FLRW}}^2 = -c^2 dt^2 + a(t)^2 \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right] \quad (10.1)$$

с масштабным фактором  $a(t)$  и кривизной  $k \in \{-1, 0, +1\}$ , тензор Эйнштейна имеет компоненты

$$G_{tt} = 3 \left( \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} \right), \quad G_{ij} g^{ij} = -2 \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{kc^2}{a^2} \quad (10.2)$$

$\Phi_C$ -фиксированность пары  $(g_{\text{FLRW}}, T_{\text{cosm}})$  даёт уравнение Фридмана через подстановку  $\hat{O}(g_{\text{FLRW}}) = T_{\text{cosm}}$  из (6.1) и  $\iota(T_{\text{cosm}}) = g_{\text{FLRW}}$  обратно:

$$\boxed{H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_{\text{tot}} - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}, \quad H = \dot{a}/a} \quad (\text{C.F17})$$

где  $\rho_{\text{tot}} = \rho_m + \rho_r + \rho_\Lambda$  — суммарная плотность материи, излучения и тёмной энергии.

## Х.2. Подстановка $\chi_\Lambda(S^*)$

Из замкнутой формы  $\chi_\Lambda(S^*)$  из [15] формула (F23):

$$\chi_\Lambda(S^*) = \frac{3\varphi^2}{8\pi(\varphi^2 + 1 + Z(S^*))}, \quad Z(S^*) = \frac{\pi - 3}{1 - (\pi - 3)\varphi} \quad (10.3)$$

и тождества  $\chi_\Lambda = (3/8\pi)\Omega_\Lambda$  [15] формула (F22a):

$$\Omega_\Lambda(S^*) = \frac{\varphi^2}{\varphi^2 + 1 + Z(S^*)} \quad (\text{C.F18})$$

Подстановка 50-значных констант  $\pi, \varphi, (\pi - 3)$  из [15] §VIII.4 шаги 1–3:

$$\begin{aligned} \pi &= 3,14159265358979323846264338327950288419716939937510 \\ \varphi &= 1,61803398874989484820458683436563811772030917980576 \\ (\pi - 3) &= 0,14159265358979323846264338327950288419716939937510 \\ \varphi^2 &= 2,61803398874989484820458683436563811772030917980576 \\ Z(S^*) &= 0,18367229293062031020 \dots \\ \Omega_\Lambda(S^*) &= 0,68864709548066742428 \dots \end{aligned}$$

## Х.3. Совпадение с Planck 2018

Сравнение с наблюдательным значением Planck 2018:

$$|\Omega_\Lambda^{\text{Planck}} - \Omega_\Lambda(S^*)| = |0,6889 - 0,68864709 \dots| = 0,00025290 \dots < 0,0056 = 1\sigma \Rightarrow 0,05\sigma \text{ отклонени} \quad (10.4)$$

что воспроизводит результат [15] уравнение (F24) без подгонки. FLRW-космология как  $\Phi_C$ -фиксированная точка *выводится* из (1.1) с подстановкой замкнутой формы  $\chi_\Lambda(S^*)$  из [15]; согласие с Planck 2018 — дополнительное подтверждение С.Т1 в космологическом пределе.

## ХІ. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе закрыт этап 3 программы §XIV.3 из [13]: уравнение Эйнштейна  $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu}$  выведено в ОДТОЕ как условие  $\Phi$ -самосогласованности на парах  $(g, T) \in C_{\text{contr}}$  (теорема С.Т1, §VI), причём

существование и единственность с точностью до  $\text{Diff}(M^4)$  обеспечены теоремой Банаха [6] для сжимающего отображения  $\Phi_C = \iota \circ \hat{O}$  с явным анти-циркулярным аудитом аргумента сжатия. Тожество Бианки  $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$  установлено двумя независимыми путями: Path 1 — кинематический через А.Т3 из [14] (свёртка второго тождества Бианки на гладкой псевдоримановой метрике); Path 2 — динамический через теорему Нётер [2] для  $S_{\text{obs}}$  под действием  $\text{Diff}(M^4)$  (теорема С.Т2 §IV–V); численная верификация на основном состоянии Шварцшильда даёт  $|\nabla_\mu G^{\mu\nu}|_{\text{Path 1}} = |\nabla_\mu G^{\mu\nu}|_{\text{Path 2}} = 0$  строго в 50-значной арифметике mpmath. ODTOE-аналог теоремы Хокинга – Пенроуза о сингулярностях (теорема С.Т3 §VII) сформулирован через триггер  $B \rightarrow 0$  при выполнении ODTOE-энергетического условия (выводимого из L8 в [15]) и аналога ловушечной конфигурации через причинный конус  $J_O^+$  из [13]; полная топологическая формализация предела  $B \rightarrow 0$  как граничной точки  $\Phi$ -итерации оставлена как явная открытая задача. Точные решения Шварцшильда (теорема А.Т4, §VIII), Керра (теорема А.Т5, §IX) и FLRW (с замкнутой формой  $\chi_\Lambda(S^*)$  из [15], §X) верифицированы как фиксированные точки  $\Phi_C$ .

Главный методологический результат — *синтетическая природа* ODTOE-деривации уравнения Эйнштейна. Стандартный вариационный подход даёт уравнение поля как уравнение Эйлера – Лагранжа на гильбертовом действии; ODTOE-подход даёт *то же самое* уравнение как условие  $\Phi$ -самосогласованности на парах  $(g, T)$ , что полностью согласовано с симметричной (Noether) и фиксированно-точечной (Banach) интерпретациями. Тожество Бианки  $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$  — общий выход обоих путей: кинематический (геометрический) и динамический (Noether) — что подтверждает структурную единственность  $G_{\mu\nu}$  в смысле теоремы Лавлока [5]. Шесть символов фиксируются для последующих работ корпуса: С.Т1 — теорема о  $\Phi$ -самосогласованности (строка N+55), С.Т2 — двух-путевое тождество Бианки (строка N+56), С.Т3 — ODTOE-аналог теоремы о сингулярностях (строка N+57), форма уравнения поля как  $\Phi$ -фиксированной точки  $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu}$  (строка N+58),  $\text{Fix}(\Phi_{\text{field}}) \equiv \{(g, T) \in C_{\text{contr}} : \Phi_C(g, T) = (g, T)\}$  (строка N+59), двух-путевая метка T2-Path-1 = А.Т3 кинематический и T2-Path-2 = Noether (строка N+60).

Тем самым трёхэтапная программа полной деривации тензорной структуры гравитации в ODTOE замкнута: этап 1 (тензорный слой) выполнен в [14], этап 2 (тензорный источник + космологическая константа) выполнен в [15], этап 3 (уравнение поля как  $\Phi$ -самосогласованность + двух-путевое тождество Бианки + теорема о сингулярностях) выполнен в настоящей работе. Открытыми остаются: (i) полная топологическая формализация предела  $B \rightarrow 0$  для С.Т3; (ii) аналитическая проверка Path 2 на нетривиальном FLRW-состоянии с  $T_{\mu\nu} \neq 0$ ; (iii) ODTOE-формулировка условий гладкости и причинности для  $\Phi$ -итерационных последовательностей вблизи горизонтов и сингулярностей; (iv) интеграция с термодинамическим выводом [15] §IX через горизонтные ODTOE-аналоги теорем Хокинга – Эллиса [9]. Каждый из этих пунктов — самостоятельная задача отдельной публикации, развивающая корпус ODTOE-гравитации за пределами начальной трилогии.

## БЛАГОДАРНОСТИ И ИНСТРУМЕНТЫ

Автор благодарит сообщество исследователей наблюдатель-зависимых интерпретаций общей теории относительности и квантовой механики за обсуждения ключевых идей деривации уравнения Эйнштейна как  $\Phi$ -самосогласованности и тождества Бианки как Noether-следствия диффеоморфной инвариантности. Численная верификация §V.4–V.5 выполнена с использованием библиотеки `mpmath` (произвольная точность для Python; `mp.dps=60` для 50-значной арифметики). Подготовка текста выполнена с использованием LaTeX-дистрибутива `tectonic` (XeLaTeX-совместимый компилятор), `randoc` для генерации форматов `.docx` и `.md`, и инструментов AI-редактирования. Вся научная ответственность за содержание — авторская.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов в отношении содержания настоящей работы.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Настоящее исследование не получало внешнего финансирования. Работа выполнена в порядке независимой исследовательской инициативы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

*Замечание о порядке.* Список литературы упорядочен в трёх концептуальных блоках [L-35-ext]: (1) фундаментальные классические работы (Bianchi, Noether, Banach, Penrose, Hawking-Penrose, Lovelock, MTW, Hawking-Ellis, Wald) — в порядке года; (2) препринты автора по корпусу ODTOE — в порядке первого цитирования в тексте. Раздел референсных данных отсутствует, так как настоящая статья — чисто теоретическая (теорема о  $\Phi$ -самосогласованности, двух-путевое тождество Бианки, ODTOE-аналог теоремы о сингулярностях).

1. Bianchi, L. *Lezioni di Geometria Differenziale*, vols. I–III, 2nd ed. Spoerri, Pisa (1902). (Тождества Бианчи; см. также обзорную рецензию: Eisenhart, L.P. *Bull. Amer. Math. Soc.* 30, 263–267 (1924). DOI: 10.1090/S0002-9904-1924-03855-5.)
2. Noether, E. Invariante Variationsprobleme. *Nachr. v.d. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, math.-phys. Klasse*, 235–257 (1918). EN translation: Tavel, M.A. Invariant variation problems. *Transport Theory and Statistical Physics* 1, 186–207 (1971). DOI: 10.1080/00411457108231446.

3. Penrose, R. Gravitational collapse and space-time singularities. *Phys. Rev. Lett.* 14(3), 57–59 (1965). DOI: 10.1103/PhysRevLett.14.57.
4. Hawking, S.W., Penrose, R. The singularities of gravitational collapse and cosmology. *Proc. Roy. Soc. Lond. A* 314, 529–548 (1970). DOI: 10.1098/rspa.1970.0021.
5. Lovelock, D. The Einstein tensor and its generalizations. *J. Math. Phys.* 12(3), 498–501 (1971). DOI: 10.1063/1.1665613.
6. Banach, S. Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales. *Fundamenta Mathematicae* 3, 133–181 (1922). DOI: 10.4064/fm-3-1-133-181.
7. Wald, R.M. *General Relativity*. The University of Chicago Press (1984). ISBN: 0-226-87033-2.
8. Misner, C.W., Thorne, K.S., Wheeler, J.A. *Gravitation*. W.H. Freeman (1973). ISBN: 0-7167-0344-0. (Princeton reprint 2017, ISBN: 978-0-691-17779-3.)
9. Hawking, S.W., Ellis, G.F.R. *The Large Scale Structure of Space-Time*. Cambridge University Press (1973). ISBN: 0-521-09906-4.
10. Панкратов, А. С. *Теория всего: наблюдатель-зависимая*. Препринт (2026). Slug: ODTOE\_article.
11. Панкратов, А. С. *Единый оператор самонаблюдения: от физических констант через тороидальную геометрию к структуре языка*. Препринт (2026). Slug: ODTOE\_unified\_operator.
12. Панкратов, А. С. *Гравитация как синхронизация наблюдателей: вывод гравитационной постоянной из первых принципов ODTOE при структурной гипотезе  $C = B^2$* . Препринт (2026). Slug: ODTOE\_gravity\_v2.
13. Панкратов, А. С. *Гравитация и причинная структура пространства-времени в ODTOE*. Препринт (2026). Slug: ODTOE\_gravity\_causal\_structure.
14. Панкратов, А. С. *Тензорная структура гравитации в ODTOE*. Препринт (2026). Slug: ODTOE\_gravity\_tensor\_structure.
15. Панкратов, А. С. *Тензор энергии-импульса  $T_{\mu\nu}$  и космологическая постоянная  $\Lambda$  из когерентности наблюдателя в ODTOE*. Препринт (2026). Slug: ODTOE\_gravity\_T\_munu\_projector.
16. Панкратов, А. С. *Динамический аттрактор в ODTOE: эволюционная монадология и энергоинформационная плотность мировой линии*. Препринт (2026). Slug: ODTOE\_dynamic\_attractor.
17. Панкратов, А. С. *Земля как кластер наблюдателей: согласование вселенных в ODTOE*. Препринт (2026). Slug: ODTOE\_collective\_observer.