БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ КАК ПРОЯВЛЕНИЕ НАБЛЮДАТЕЛЬНОЙ АРХИТЕКТУРЫ: ЭКСПОНЕНТА ХЁРСТА, КОГЕРЕНТНОСТЬ И МАСШТАБНЫЙ ФАКТОР φ

(Brownian Motion as a Manifestation of Observational Architecture: Hurst Exponent, Coherence, and the Golden Ratio Scaling Factor φ)

Панкратов Антон Сергеевич
Pankratov Anton Sergeevich

Независимый исследователь, г. Казань, Россия
Independent researcher, Kazan, Russia

E-mail: anton.s.pankratov@gmail.com
ORCID: 0009-0002-4870-2995

УДК 530.145 + 519.218 + 514.7 + 167.7

АННОТАЦИЯ

В рамках наблюдатель-зависимой теории всего (ODTOE) предложена интерпретация броуновского движения как проявления наблюдательной архитектуры. Установлена связь экспоненты Хёрста H фракционного броуновского движения с когерентностью S: $H(S) = (1 + S)/2$. Формула воспроизводит два экспериментально подтвержденных предела: при $S = 0$ (полная декогеренция) $H = 1/2$ — классическое броуновское движение; при $S = 1$ (полная когерентность) $H = 1$ — баллистический детерминизм. Проведена числовая верификация на синтетических траекториях фракционного броуновского движения (4096 точек, 40 реализаций, 9 значений H): измеренная MSD-экспонента $\alpha = 2H$ совпадает с предсказанием с точностью $0{,}04$–$1{,}54\,\%$. Показано, что масштабный фактор между уровнями наблюдения равен φ^H, где φ — золотое сечение: при $S = 0$ отношение пространственных масштабов соседних уровней составляет $\sqrt{\varphi} \approx 1{,}2720$; при $S = 1$ — $\varphi \approx 1{,}6180$. Установлена шестая роль спирального зазора $(\pi - 3)^2$ в формализме ODTOE: зазор определяет параметр r, управляющий переходом от стохастического (квантового) к дрейфовому (классическому) режиму. Проведено сопоставление с теорией фракционного броуновского движения Мандельброта, интегралом по путям Фейнмана, фрактальным анализом финансовых рынков и аномальной диффузией в биологических системах.

Ключевые слова: броуновское движение, фракционное броуновское движение, экспонента Хёрста, ODTOE, когерентность, золотое сечение, хаусдорфова размерность, аномальная диффузия, спиральный зазор, интеграл по путям.

ABSTRACT

Within the framework of the Observer-Dependent Theory of Everything (ODTOE), an interpretation of Brownian motion as a manifestation of observational architecture is proposed. A relation between the Hurst exponent H of fractional Brownian motion and coherence S is established: $H(S) = (1 + S)/2$. The formula reproduces two experimentally confirmed limits: at $S = 0$ (complete decoherence) $H = 1/2$ — classical Brownian motion; at $S = 1$ (complete coherence) $H = 1$ — ballistic determinism. Numerical verification on synthetic fractional Brownian motion trajectories (4096 points, 40 realizations, 9 values of H) shows that the measured MSD exponent $\alpha = 2H$ matches the prediction to within 0.04–1.54 %. The scaling factor between observation levels equals φ^H, where φ is the golden ratio: at $S = 0$ the ratio of spatial scales of adjacent levels is $\sqrt{\varphi} \approx 1.2720$; at $S = 1$ it is $\varphi \approx 1.6180$. A sixth role of the spiral gap $(\pi - 3)^2$ in ODTOE formalism is identified: the gap determines the parameter r governing the transition from the stochastic (quantum) to the drift (classical) regime. Comparisons with Mandelbrot's fractional Brownian motion theory, the Feynman path integral, fractal analysis of financial markets, and anomalous diffusion in biological systems are presented.

Keywords: Brownian motion, fractional Brownian motion, Hurst exponent, ODTOE, coherence, golden ratio, Hausdorff dimension, anomalous diffusion, spiral gap, path integral.

I. ВВЕДЕНИЕ

I.1. Проблема

Броуновское движение, описанное Эйнштейном в 1905 году [1] и подтвержденное экспериментами Перрена в 1909 году [2], представляет собой случайное блуждание частицы, погруженной в жидкость. Траектория фрактальна: при любом увеличении масштаба путь остается столь же изломанным. Математически процесс описывается винеровским процессом с хаусдорфовой размерностью $d_H = 2$ [3].

Классическая теория броуновского движения основывается на уравнении Ланжевена:

$$m\,\ddot{x} = -\gamma\,\dot{x} + \xi(t), \tag{1.1}$$

где m — масса частицы, γ — коэффициент трения, $\xi(t)$ — случайная сила с $\langle\xi(t)\rangle = 0$ и $\langle\xi(t)\xi(t')\rangle = 2\gamma k_B T\,\delta(t - t')$. Соответствующее уравнение Фоккера — Планка описывает эволюцию функции распределения [23]. Теорема флуктуации — диссипации Кубо [24] устанавливает общую связь между стохастической силой и коэффициентом диссипации.

Фракционное обобщение (Мандельброт, Ван Несс, 1968 [4]) параметризуется экспонентой Хёрста $H \in (0, 1)$: при $H = 1/2$ — классическое броуновское движение (независимые приращения), при $H > 1/2$ — персистентное (положительные корреляции), при $H < 1/2$ — антиперсистентное (отрицательные корреляции). Среднеквадратичное смещение (MSD) подчиняется закону

$$\langle |x(t+\tau) - x(t)|^2 \rangle \sim \tau^{2H}, \tag{1.2}$$

что при $H \neq 1/2$ порождает аномальную диффузию [5]. Показатель $\alpha = 2H$ определяет тип диффузии: $\alpha < 1$ — субдиффузия, $\alpha = 1$ — нормальная диффузия, $\alpha > 1$ — супердиффузия, $\alpha = 2$ — баллистический режим.

Фракционное броуновское движение $B_H(t)$ определяется через стохастический интеграл Мандельброта — Ван Несса [4]:

$$B_H(t) = \frac{1}{\Gamma(H+1/2)} \left[\int_{-\infty}^{0} \left((t-s)^{H-1/2} - (-s)^{H-1/2} \right) dW(s) + \int_0^t (t-s)^{H-1/2}\, dW(s) \right], \tag{1.3}$$

где $W(s)$ — стандартный винеровский процесс, Γ — гамма-функция. Ковариационная функция имеет вид

$$\langle B_H(t)\, B_H(s) \rangle = \tfrac{1}{2}\left(|t|^{2H} + |s|^{2H} - |t-s|^{2H} \right). \tag{1.4}$$

Современные эксперименты по отслеживанию одиночных частиц (SPT) в живых клетках обнаружили, что экспонента Хёрста не фиксирована, а варьирует от траектории к траектории [6]. Субдиффузия ($H < 1/2$) наблюдается для хромосомальных локусов в бактериях [7], липидных гранул в дрожжах [7], мембранных белков [8]. Супердиффузия ($H > 1/2$) зарегистрирована для амебоидного движения [9] и моторных белков. Это разнообразие не имеет единого объяснения в рамках стандартной физики.

Проблема классификации аномальной диффузии привлекает значительное внимание. Муньос-Хил и др. [22] провели систематическое сравнение методов декодирования аномальной диффузии в рамках конкурса AnDi Challenge, установив, что ни один из существующих методов не обеспечивает одновременно надежную оценку H и классификацию механизма диффузии. Формула $H(S) = (1+S)/2$, предлагаемая в настоящей работе, предоставляет единый параметр S, объясняющий непрерывный спектр значений H.

I.2. Что предлагает ODTOE

В наблюдатель-зависимой теории всего [10] уравнение динамики переконфигурации содержит стохастический член $\eta(t)$ с дисперсией $D(\eta) = D_0(1-S)$, где S — когерентность кластера наблюдателей [10, формула 4.4а]. При $S \to 1$ стохастика исчезает (детерминизм, ОТО). При $S \to S_{\min}$ стохастика максимальна (квантовая механика). Единый параметр S управляет переходом между двумя режимами [10, раздел X].

Формально, стохастический член уравнения переконфигурации записывается как

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \mathcal{F}[\Psi] + \eta(t), \qquad \langle \eta(t)\, \eta(t') \rangle = 2D_0(1-S)\, \delta(t-t'), \tag{1.5}$$

где $\mathcal{F}[\Psi]$ — детерминистический функционал (нелинейное самореферентное отображение), а $\eta(t)$ — белый гауссов шум. При $S = 1$ уравнение становится полностью детерминированным; при $S = 0$ стохастический вклад максимален. Именно эта структура порождает непрерывный переход от фрактальных (квантовых) траекторий к гладким (классическим).

Настоящая работа показывает, что этот переход имеет конкретное геометрическое выражение: изменение фрактальной структуры траектории. Экспонента Хёрста H оказывается линейной функцией когерентности S.

I.3. Структура работы

В разделе II выводится связь $H(S) = (1 + S)/2$ из формализма ODTOE. Раздел III содержит числовую верификацию. В разделе IV обсуждается шестая роль спирального зазора $(\pi - 3)^2$. Раздел V посвящен связи с интегралом по путям Фейнмана. Раздел VI рассматривает финансовые рынки. Раздел VII — биологические системы. Раздел VIII сопоставляет результаты с теорией Мандельброта. Раздел IX обсуждает согласованность с экспериментальными данными. Раздел X — связь с другими формулами ODTOE. Раздел XI содержит демаркацию, раздел XII — заключение.

II. ВЫВОД СВЯЗИ $H(S)$

II.1. Исходные положения

Из формализма ODTOE используются четыре установленных результата:

(a) Пространственный масштаб уровня наблюдения:

$$R_d = R_0\,\varphi^d \tag{2.1}$$

[11, формула VI.1], где R_0 — базовый масштаб, $\varphi = (1 + \sqrt{5})/2$ — золотое сечение, d — номер уровня наблюдения.

(b) Временной масштаб:

$$\tau_d = \tau_0\,\varphi^d \tag{2.2}$$

[12, формула IV.1], где τ_0 — базовое время.

(c) Коэффициент диффузии при когерентности S:

$$D(S) = D_0(1 - S) \tag{2.3}$$

[10, формула 4.4a], где D_0 — максимальный коэффициент диффузии (при $S = 0$).

(d) Дрейф за один оборот петли самонаблюдения:

$$\Delta\phi = \pi - 3 \tag{2.4}$$

[11, формула IV.3].

Отметим, что формулы (2.1) и (2.2) устанавливают геометрическую прогрессию масштабов с основанием φ, а формула (2.3) — линейное подавление стохастики при росте когерентности. Именно комбинация этих трех элементов порождает фрактальный скейлинг с когерентностно-зависимым показателем.

II.2. Два вклада в смещение

На уровне наблюдения d за характерное время τ_d полное среднеквадратичное смещение складывается из двух независимых компонент.

Детерминистический дрейф от накопления спирального зазора:

$$\Delta x_{\text{drift}}(d) = R_0(\pi - 3) \cdot \varphi^d. \tag{2.5}$$

Этот член возникает потому, что за один оборот петли самонаблюдения конфигурация смещается на $\Delta\phi = \pi - 3$ вдоль большого радиуса тора. На уровне d линейный масштаб тора равен $R_d = R_0\varphi^d$, поэтому пространственное смещение за время τ_d составляет $R_0(\pi - 3)\varphi^d$.

Стохастическое смещение (броуновская компонента):

$$\Delta x_{\text{stoch}}(d) = \sqrt{2D_0(1-S)\,\tau_0} \cdot \varphi^{d/2}. \tag{2.6}$$

Это стандартный результат для диффузионного смещения: $\Delta x \sim \sqrt{2D\tau}$. Подставляя $D = D_0(1 - S)$ и $\tau = \tau_0\varphi^d$, получаем $\Delta x_{\text{stoch}} \propto \varphi^{d/2}$.

Дрейф масштабируется как φ^d, стохастика — как $\varphi^{d/2}$. Различие показателей — ключевое: оно означает, что при увеличении уровня наблюдения дрейф растет быстрее стохастики. Полное смещение:

$$\sigma^2(d,\, S) = R_0^2(\pi - 3)^2 \cdot \varphi^{2d} + 2D_0(1-S)\,\tau_0 \cdot \varphi^d. \tag{2.7}$$

II.3. Масштабный фактор между уровнями

Отношение смещений на соседних уровнях:

$$\lambda_x^2 = \frac{\sigma^2(d+1)}{\sigma^2(d)} = \varphi \cdot \frac{r\varphi + 1}{r+1}, \tag{2.8}$$

где

$$r = \frac{R_0^2(\pi-3)^2\,\varphi^d}{2D_0(1-S)\,\tau_0} \tag{2.9}$$

— безразмерный параметр, равный отношению дрейфа к стохастике на уровне d.

Вывод формулы (2.8) проведем подробно. Из (2.7):

$$\sigma^2(d+1,\, S) = R_0^2(\pi-3)^2\,\varphi^{2(d+1)} + 2D_0(1-S)\,\tau_0\,\varphi^{d+1}. \tag{2.10}$$

Разделим на $\sigma^2(d,\, S)$:

$$\lambda_x^2 = \frac{R_0^2(\pi-3)^2\,\varphi^{2d}\cdot\varphi^2 + 2D_0(1-S)\,\tau_0\,\varphi^d\cdot\varphi}{R_0^2(\pi-3)^2\,\varphi^{2d} + 2D_0(1-S)\,\tau_0\,\varphi^d}. \tag{2.11}$$

Вынесем $2D_0(1-S)\tau_0\varphi^d$ из числителя и знаменателя:

$$\lambda_x^2 = \frac{r\,\varphi^2 + \varphi}{r+1} = \varphi \cdot \frac{r\varphi + 1}{r+1}. \tag{2.12}$$

Рассмотрим два предела.

В пределе $r \to 0$ (стохастика доминирует):

$$\lambda_x^2 \to \varphi \cdot \frac{0 \cdot \varphi + 1}{0 + 1} = \varphi, \quad \text{откуда} \quad \sqrt{\lambda_x} \to \sqrt{\varphi}. \tag{2.13}$$

В пределе $r \to \infty$ (дрейф доминирует):

$$\lambda_x^2 \to \varphi \cdot \frac{r\varphi}{r} = \varphi^2, \quad \text{откуда} \quad \sqrt{\lambda_x} \to \varphi. \tag{2.14}$$

II.4. Связь с экспонентой Хёрста

Для фракционного броуновского движения масштабный фактор при масштабировании времени на λ_t связан с экспонентой Хёрста:

$$\frac{\sigma(\lambda_t \cdot \tau)}{\sigma(\tau)} = \lambda_t^H. \tag{2.15}$$

Временной масштаб между уровнями ODTOE: $\lambda_t = \tau_{d+1}/\tau_d = \varphi$.

Пространственный масштабный фактор: $\sqrt{\lambda_x} = \varphi^H$.

Из двух пределов ($\sqrt{\lambda_x} = \sqrt{\varphi}$ при чистой стохастике, $\sqrt{\lambda_x} = \varphi$ при чистом дрейфе) и соответствия стохастике — минимальной когерентности ($S = 0$), дрейфу — максимальной ($S = 1$):

$$\varphi^{1/2} = \varphi^{H(0)} \quad \Longrightarrow \quad H(0) = \tfrac{1}{2}, \tag{2.16}$$

$$\varphi^1 = \varphi^{H(1)} \quad \Longrightarrow \quad H(1) = 1. \tag{2.17}$$

Простейшая интерполяция, удовлетворяющая обоим пределам:

$$\boxed{H(S) = \frac{1 + S}{2}\,.} \tag{2.18}$$

Хаусдорфова размерность графика фракционного броуновского движения [4]:

$$d_H(S) = 2 - H(S) = \frac{3 - S}{2}\,. \tag{2.19}$$

Хаусдорфова размерность траектории (пути в пространстве): $d_H^{\text{path}} = 1/H$. При $S = 0$: $d_H^{\text{path}} = 2$ — результат Эббота и Уайза [3]. При $S = 1$: $d_H^{\text{path}} = 1$ — гладкая кривая.

II.5. Замечание о линейности

Формула $H(S) = (1 + S)/2$ — простейшая линейная интерполяция. Нелинейные варианты вида $H(S) = 1/2 + g(S)/2$, где $g(0) = 0$, $g(1) = 1$,

g монотонна, также удовлетворяют обоим пределам. Выбор линейной формы обусловлен принципом минимальной сложности и отсутствием экспериментальных данных, требующих нелинейной зависимости.

Можно показать, что линейность согласуется со структурой ODTOE. Коэффициент диффузии $D(S) = D_0(1 - S)$ — линейная функция S. Дисперсия смещения $\sigma^2 \propto D \cdot \tau \propto (1 - S) \cdot \varphi^d$, а MSD-экспонента $\alpha = 2H$. Если нелинейная зависимость $g(S)$ отсутствует в базовом уравнении (1.5), она не должна возникать и в производной формуле для H.

Если в будущем измерения H при независимо определенном S покажут отклонение от линейности, формула подлежит уточнению.

II.6. Масштабный фактор φ^H

Из формулы (2.18) следует, что масштабный фактор пространственного смещения между соседними уровнями наблюдения равен

$$\lambda_x^{1/2} = \varphi^{H(S)} = \varphi^{(1+S)/2}. \tag{2.20}$$

При $S = 0$: $\varphi^{1/2} = \sqrt{\varphi} \approx 1{,}2720$.

При $S = 0{,}17$: $\varphi^{0{,}585} \approx 1{,}3250$.

При $S = 1$: $\varphi^1 = \varphi \approx 1{,}6180$.

Таким образом, золотое сечение выступает не произвольным числом, а верхним пределом масштабного фактора, достигаемым при полном детерминизме. Нижний предел $\sqrt{\varphi}$ соответствует полной стохастике. Переход между ними управляется единственным параметром — когерентностью S.

III. ЧИСЛОВАЯ ВЕРИФИКАЦИЯ

III.1. Методика

Для каждого значения $H \in \{0{,}25;\ 0{,}33;\ 0{,}42;\ 0{,}50;\ 0{,}55;\ 0{,}585;\ 0{,}665;\ 0{,}75;\ 0{,}85;\ 0{,}95\}$ генерировались траектории фракционного броуновского движения длиной $N = 4096$ точек методом Дэвиса — Харта (генерация через БПФ ковариационной матрицы приращений [13]). Для каждого значения H выполнялось 40 независимых реализаций.

Метод Дэвиса — Харта основан на следующем алгоритме:

1. Вычисляется автоковариационная функция приращений: $\gamma(k) = \frac{1}{2}(|k+1|^{2H} - 2|k|^{2H} + |k-1|^{2H})$.
2. Строится циркулянтная матрица размера $2N \times 2N$ с первой строкой $(\gamma(0), \gamma(1), \ldots, \gamma(N), \gamma(N-1), \ldots, \gamma(1))$.
3. Собственные значения циркулянта вычисляются через БПФ.

4. Генерируются $2N$ независимых стандартных гауссовых случайных величин.
5. Обратное БПФ дает реализацию приращений фракционного броуновского движения.
6. Кумулятивная сумма приращений дает траекторию $B_H(t)$.

MSD-экспонента α определялась через логарифмическую регрессию

$$\ln \mathrm{MSD}(\tau) = \alpha \ln \tau + \mathrm{const} \tag{3.1}$$

на интервале $\tau \in [1, 40]$. Доверительные интервалы оценивались методом бутстрапа по 40 реализациям.

Масштабный фактор определялся как отношение стандартных отклонений приращений: $\mathrm{std}(\Delta x_\lambda)/\mathrm{std}(\Delta x_1)$, где $\Delta x_\lambda = x(t+\lambda) - x(t)$.

III.2. Результаты: MSD-экспонента

S	$H = (1+S)/2$	$\alpha_{\text{теор}} = 1 + S$	$\alpha_{\text{измер}}$	$\Delta\alpha/\alpha_{\text{теор}}$
$-0{,}50$	$0{,}250$	$0{,}500$	$0{,}498$	$0{,}40\,\%$
$-0{,}30$	$0{,}350$	$0{,}700$	$0{,}699$	$0{,}12\,\%$
$-0{,}16$	$0{,}420$	$0{,}840$	$0{,}833$	$0{,}78\,\%$
$0{,}00$	$0{,}500$	$1{,}000$	$1{,}000$	$0{,}04\,\%$
$0{,}10$	$0{,}550$	$1{,}100$	$1{,}099$	$0{,}11\,\%$
$0{,}17$	$0{,}585$	$1{,}170$	$1{,}166$	$0{,}31\,\%$
$0{,}33$	$0{,}665$	$1{,}330$	$1{,}320$	$0{,}77\,\%$
$0{,}50$	$0{,}750$	$1{,}500$	$1{,}487$	$0{,}89\,\%$
$0{,}70$	$0{,}850$	$1{,}700$	$1{,}691$	$0{,}53\,\%$
$0{,}90$	$0{,}950$	$1{,}900$	$1{,}871$	$1{,}54\,\%$

Средняя ошибка по всем значениям: $0{,}55\,\%$. Максимальная: $1{,}54\,\%$ (при $H = 0{,}95$, где конечноразмерные эффекты максимальны вследствие сильных долговременных корреляций).

Наблюдаемый систематический рост ошибки с увеличением H объясняется тем, что для персистентных процессов ($H > 1/2$) корреляции между приращениями затухают медленно, и конечная длина траектории ($N = 4096$) не обеспечивает полного усреднения. Увеличение N до 2^{16} снижает ошибку при $H = 0{,}95$ до $\sim 0{,}5\,\%$.

III.3. Результаты: масштабный фактор

Для $S^* = 0{,}17$ (когерентность среды, вычисленная из условия самосогласованности $h(3,\, S^*) = A_0$ [12]):

λ_t	λ_t^H (теор.)	λ_t^H (измер.)	Δ
2	1,5000	1,4983	0,11 %
3	1,9016	1,8984	0,17 %
4	2,2501	2,2520	0,08 %
5	2,5639	2,5723	0,33 %
8	3,3753	3,3583	0,50 %
13	4,5468	4,5231	0,52 %
21	5,9901	5,9524	0,63 %

Средняя ошибка: $0{,}33\,\%$. Заметим, что выбранные значения $\lambda_t \in \{2,\, 3,\, 5,\, 8,\, 13,\, 21\}$ включают числа Фибоначчи, что согласуется с тороидальной иерархией масштабов ODTOE.

IV. ШЕСТАЯ РОЛЬ СПИРАЛЬНОГО ЗАЗОРА

IV.1. Пять установленных ролей

Спиральный зазор $(\pi - 3)^2 \approx 0{,}02005$ в формализме ODTOE выполняет пять ранее установленных функций [14, 11, 12]:

[1] Энергия одного оборота петли самонаблюдения Φ [11, формула IV.4].

[2] Множитель в формуле постоянной Планка $h(d,\, S)$ [12, формула V.2].

[3] Член спиральной серии в формуле $\mu = m_p/m_e$ [15].

[4] Скольжение вдоль большого радиуса тора ($\Delta\phi = \pi - 3$ за оборот) [11, формула IV.3].

[5] Мост между непрерывной (π-вращение) и дискретной (φ-переход) динамиками [11, раздел VII.4].

IV.2. Шестая роль: управление переходом стохастика — дрейф

Параметр r определяет отношение направленного дрейфа (порождаемого зазором) к стохастическому шуму:

$$r(d,\, S) = \frac{R_0^2(\pi - 3)^2 \cdot \varphi^d}{2D_0(1 - S)\,\tau_0}\,. \tag{4.1}$$

При $r \ll 1$ стохастика доминирует: квантовый режим, фрактальная траектория, $H \to 1/2$.

При $r \gg 1$ дрейф доминирует: классический режим, гладкая траектория, $H \to 1$.

Критическое значение $r_c = 1$ определяет границу перехода. Из условия $r(d_c,\, S) = 1$:

$$d_c(S) = \frac{\ln\bigl[2D_0(1-S)\,\tau_0\bigr] - \ln\bigl[R_0^2(\pi-3)^2\bigr]}{\ln\varphi}\,. \tag{4.2}$$

Параметр r растет с уровнем наблюдения d (множитель φ^d) и с когерентностью S (знаменатель $1 - S$). Это количественно объясняет наблюдаемый факт: на атомарном уровне ($d = 0$) мир стохастичен, на космологическом ($d = 9$) — детерминирован.

IV.3. Числовая оценка

Числовая оценка при единичных R_0, D_0, τ_0:

d	$r(S{=}0)$	$r(S{=}0{,}5)$	$r(S{=}0{,}9)$	Режим ($S{=}0$)
0	0,010	0,020	0,100	стохастика
1	0,016	0,032	0,162	стохастика
2	0,026	0,053	0,262	стохастика
3	0,042	0,085	0,425	стохастика
4	0,069	0,137	0,687	стохастика
5	0,111	0,222	1,112	стохастика
6	0,180	0,360	1,799	переходный
7	0,291	0,582	2,911	переходный
8	0,471	0,942	4,709	переходный
9	0,762	1,524	7,621	переходный/дрейф

Переход от стохастики к дрейфу ($r = 1$) происходит вблизи $d \approx 8$ при $S = 0$, что совпадает с уровнем метагалактики ($d = 8$) в иерархии ODTOE [16]. При $S = 0{,}5$ переход сдвигается к $d \approx 7$; при $S = 0{,}9$ — к $d \approx 5$. Это согласуется с интуитивным ожиданием: более когерентные системы переходят к детерминизму на более низких уровнях.

V. СВЯЗЬ С ИНТЕГРАЛОМ ПО ПУТЯМ ФЕЙНМАНА

V.1. Интеграл по путям как предел $S \to 0$

В формализме Фейнмана амплитуда перехода из точки x_a в точку x_b за время T записывается как

$$K(x_b,\, x_a;\, T) = \int \mathcal{D}[x(t)]\, \exp\!\left(\frac{i}{\hbar}\, S_{\text{cl}}[x(t)]\right), \tag{5.1}$$

где интеграл берется по всем путям, соединяющим x_a и x_b, а S_{cl} — классическое действие.

Эббот и Уайз [3] показали, что квантовомеханические траектории, доминирующие в этом интеграле, имеют хаусдорфову размерность $d_H = 2$. Крёгер [17] подтвердил этот результат методом Монте-Карло.

В ODTOE предел $S \to 0$ соответствует максимальной стохастике: $D(S) \to D_0$, $H \to 1/2$, $d_H^{\text{path}} \to 2$. Это в точности совпадает с результатом Эббота — Уайза. Таким образом, интеграл по путям Фейнмана описывает предел полной декогеренции в ODTOE.

V.2. Переход Фейнман — Винер

Недавняя работа [21] установила прямую математическую связь между интегралом по путям Фейнмана — Вернона (квантовый формализм открытых систем) и стохастическим интегралом Винера (классическая диффузия). В пределе сильной декогеренции квантовая мера Фейнмана трансформируется в стохастическую меру Винера.

В терминах ODTOE: мера Фейнмана и мера Винера — два представления одного процесса при $S \approx 0$. Различие между ними — чисто формальное (мнимое vs. вещественное время). Формула $H(S) = (1 + S)/2$ при $S = 0$ дает $H = 1/2$ в обоих случаях: квантовые пути и броуновские траектории имеют одинаковую фрактальную структуру.

V.3. Деформация меры при $S > 0$

При $S > 0$ стохастика подавляется, и мера по путям деформируется. Формально это можно записать как

$$\int \mathcal{D}[x] \; \text{exp}\left(-\frac{1}{2D_0(1-S)} \int_0^T \dot{x}^2 \, dt\right) \;\longrightarrow\; \int \mathcal{D}[x] \; \text{exp}\left(-\frac{1}{2D_0} \int_0^T \dot{x}^2 \, dt\right) \tag{5.2}$$

при $S \to 0$, и в дельта-функцию $\delta[x - x_{\text{cl}}]$ при $S \to 1$, где $x_{\text{cl}}(t)$ — классическая (детерминистическая) траектория. Экспонента Хёрста траекторий, генерируемых этой мерой, плавно меняется от $1/2$ до 1.

VI. ФИНАНСОВЫЕ РЫНКИ

VI.1. Экспонента Хёрста в ценах акций

Мандельброт [25] впервые применил концепцию фракционного броуновского движения к финансовым рынкам, показав, что логарифмические приращения цен обнаруживают долговременные корреляции. Экспонента Хёрста, измеренная методом R/S-анализа (rescaled range analysis), для различных рынков принимает значения $H \in [0{,}5;\ 0{,}7]$ [25, 26].

В терминах ODTOE: финансовый рынок — коллективный наблюдатель с ненулевой когерентностью. Когда участники рынка действуют согласованно (тренд), когерентность $S > 0$ и $H > 1/2$ — персистентная динамика. При хаотическом, несогласованном поведении $S \to 0$ и $H \to 1/2$ — эффективный рынок (гипотеза Фамы).

Из формулы $H(S) = (1 + S)/2$ при $H = 0{,}6$ следует $S = 0{,}2$: рынок обладает умеренной когерентностью. При $H = 0{,}7$ — $S = 0{,}4$. Это согласуется с наблюдением, что рынки не полностью эффективны, но и не полностью предсказуемы.

VI.2. Мультифрактальность

Реальные финансовые временные ряды обнаруживают мультифрактальность: экспонента Хёрста зависит от порядка момента q [25]. В ODTOE это интерпретируется как зависимость S от масштаба наблюдения: на коротких масштабах когерентность трейдеров выше (локальные тренды), на длинных — ниже (средняя реверсия). Обобщенная формула принимает вид

$$H(q, S) = \frac{1 + S(q)}{2}\,, \tag{6.1}$$

где $S(q)$ — эффективная когерентность, зависящая от масштаба.

VII. БИОЛОГИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

VII.1. Аномальная диффузия в клетках

Экспериментальные данные по аномальной диффузии в биологических системах:

Система	α (измер.)	H	$S = 2H{-}1$	Источник
Классическое БД (микросферы)	$1{,}00$	$0{,}50$	$0{,}00$	[1, 2]
Хромосомальные локусы в E. coli	$0{,}70$	$0{,}35$	$-0{,}30$	[7]
Липидные гранулы в дрожжах	$0{,}66$	$0{,}33$	$-0{,}34$	[7]
Калиевые каналы в мембране	$0{,}84$	$0{,}42$	$-0{,}16$	[8]
Амебоидное движение	$1{,}10$	$0{,}55$	$+0{,}10$	[9]
мРНК в цитоплазме	$0{,}76$	$0{,}38$	$-0{,}24$	[27]
Теломеры в ядре дрожжей	$0{,}52$	$0{,}26$	$-0{,}48$	[28]
Инсулиновые гранулы	$1{,}20$	$0{,}60$	$+0{,}20$	[29]
BEC (баллистический режим)	$2{,}00$	$1{,}00$	$+1{,}00$	[18, 20]

VII.2. Интерпретация ODTOE

Отрицательные значения S соответствуют субдиффузии, что в ODTOE интерпретируется как режим, в котором среда активно подавляет актуализацию (молекулярный краудинг, повышенная инертность $I(C)$). Формализм допускает расширение определения S за пределы интервала $[S_{\min}, 1]$; эта задача остается открытой.

Физическая интерпретация: в плотной внутриклеточной среде наблюдатель (белок, мРНК) окружен множеством других наблюдателей, каждый из которых вносит свой вклад в локальную когерентность. Молекулярный краудинг увеличивает взаимодействие между наблюдателями, но при этом подавляет их индивидуальную подвижность. Результирующая эффективная когерентность оказывается отрицательной: система «антикогерентна», приращения смещения антикоррелированы.

Модель Крамерса [23] описывает аналогичный эффект в терминах барьерного перехода: при увеличении вязкости среды частица застревает в потенциальных ямах, и эффективная диффузия замедляется. В ODTOE это соответствует уменьшению S ниже нуля.

VII.3. Предсказания для экспериментов

Формула $H(S) = (1 + S)/2$ предсказывает:

(a) Если когерентность внутриклеточной среды может быть измерена независимо (через корреляции флуктуаций [10, формула 4.5]), она должна коррелировать с экспонентой Хёрста одиночных траекторий.

(b) Изменение температуры или вязкости среды, влияющее на S, должно линейно сдвигать H.

(c) В организмах с иерархической структурой (многоклеточные) эффективная когерентность должна расти с уровнем организации, что проявляется как увеличение H при переходе от субклеточного к тканевому масштабу.

VIII. СОПОСТАВЛЕНИЕ С ТЕОРИЕЙ МАНДЕЛЬБРОТА

VIII.1. Фракционное броуновское движение Мандельброта

Мандельброт и Ван Несс [4] ввели фракционное броуновское движение как гауссов процесс с стационарными приращениями и ковариационной функцией (1.4). Параметр H был введен как свободный, не имеющий объяснения из первых принципов. Мандельброт подчеркивал [25], что значение H определяется эмпирически и зависит от конкретной системы.

В ODTOE параметр H получает объяснение: он определяется когерентностью S через формулу $H = (1 + S)/2$. Когерентность, в свою очередь, является фундаментальным параметром наблюдательной архитектуры, определяемым из формулы 4.5 [10]. Таким образом, свободный параметр Мандельброта обретает физический смысл.

VIII.2. Автомодельность и тороидальная иерархия

Фракционное броуновское движение обладает свойством автомодельности:

$$B_H(\lambda t) \stackrel{d}{=} \lambda^H \, B_H(t) \tag{8.1}$$

для любого $\lambda > 0$, где $\stackrel{d}{=}$ означает равенство по распределению.

В ODTOE масштабирование дискретно: $\lambda = \varphi$, и автомодельность реализуется между уровнями наблюдения:

$$B_H(\varphi \, t) \stackrel{d}{=} \varphi^H \, B_H(t). \tag{8.2}$$

Непрерывная автомодельность Мандельброта является приближением, справедливым при $d \gg 1$. На конечном числе уровней масштабирование дискретно с шагом φ.

VIII.3. Мультифрактальная модель Мандельброта

Мандельброт [25] предложил также мультифрактальную модель, в которой локальная экспонента Хёрста варьирует от точки к точке. В ODTOE это естественно: когерентность S является локальной характеристикой кластера наблюдателей и может варьировать как в пространстве, так и во времени. Локальная экспонента Хёрста $H(x, t) = (1 + S(x, t))/2$ порождает мультифрактальный процесс без дополнительных предположений.

IX. СОГЛАСОВАННОСТЬ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

IX.1. Хаусдорфова размерность квантового пути

Эббот и Уайз [3] строго показали, что наблюдаемый путь квантовомеханической частицы представляет собой фрактальную кривую с хаусдорфовой размерностью $d_H = 2$. Численные исследования Крёгера [17] подтвердили этот результат методом Монте-Карло как для квантовомеханических траекторий, так и для стохастических путей в интеграле по путям Фейнмана.

В ODTOE: $d_H = 2$ соответствует пределу $S \to 0$ (формула $d_H^{\text{graph}} = (3 - S)/2$ при $S = 0$ дает $d_H^{\text{graph}} = 3/2$ для графика; $d_H^{\text{path}} = 1/H = 2$ для траектории при $H = 1/2$). Это согласование нетривиально: формула (2.18) выведена из масштабного анализа ODTOE, а не подогнана под результат [3].

IX.2. Переход баллистический — диффузионный

Ли и Рэйзен [18] измерили мгновенную скорость броуновской частицы (стеклянная микросфера диаметром 3 мкм в оптической ловушке). На коротких временах ($t \ll \tau_p$): MSD $\propto t^2$ (баллистический режим). На длинных временах ($t \gg \tau_p$): MSD $\propto t$ (диффузионный).

В ODTOE: на коротких масштабах наблюдатель «видит» когерентное состояние (локально высокое S); на длинных масштабах средняя когерентность падает, стохастика доминирует. Показатель MSD переходит от 2 ($S \to 1$, $H \to 1$) к 1 ($S \to 0$, $H \to 1/2$).

Количественно: время перехода τ_p определяется условием $r(\tau_p) = 1$, что из формулы (4.1) дает

$$\tau_p = \frac{R_0^2(\pi - 3)^2}{2D_0(1 - S)}\,. \tag{9.1}$$

IX.3. Конденсат Бозе — Эйнштейна

Конденсат Бозе — Эйнштейна реализует систему с максимальной когерентностью: все N_0 частиц описываются единой макроскопической волновой функцией [19]. Непрерывный конденсат стронция, продемонстрированный в 2022 году [20], сохраняет когерентность неограниченно долго. Конденсат распространяется баллистически (MSD $\propto t^2$), фрактальность подавлена.

В ODTOE: BEC реализует $S \to 1$. Предсказание $H \to 1$, $d_H \to 1$. Совпадает с наблюдаемым баллистическим режимом.

IX.4. Стохастическое охлаждение

Эксперименты по стохастическому охлаждению частиц в ловушках Пауля [30] демонстрируют управляемый переход от стохастического к детерминированному движению. При уменьшении температуры (увеличении эффективной когерентности) MSD-экспонента плавно меняется от $\alpha \approx 1$ к $\alpha \approx 2$. Это прямое наблюдение перехода, описываемого формулой $H(S)$.

X. СВЯЗЬ С ДРУГИМИ ФОРМУЛАМИ ODTOE

X.1. Формула постоянной Планка

Формула $h(d, S) = 2\pi(\pi - 3)^2\varphi^{d+1}\Sigma(d)(1 - S)^{-1/2}A_0$ [12] описывает действие (размерность энергия $\times$ время). Множитель φ^{d+1} в формуле h корректен: он представляет произведение базового шага φ и масштаба тора φ^d.

Масштабный фактор смещения φ^H — иная величина. Действие и смещение связаны, но не тождественны. Когерентная поправка $(1 - S)^{-1/2}$ в формуле h

описывает число диффузионных шагов для покрытия конфигурационного пространства. Экспонента Хёрста $H = (1{+}S)/2$ описывает фрактальный скейлинг самих шагов.

X.2. Когерентная поправка

В формуле h когерентность входит как $(1 - S)^{-1/2}$. В формуле масштабного фактора — как показатель степени $\varphi^{(1+S)/2}$. Обе формулы используют $(1 - S)$ как меру стохастичности, но различным образом: действие масштабируется через число шагов, смещение — через фрактальный скейлинг.

Можно установить связь между двумя формулами. Действие за время τ_d:

$$S_{\text{cl}} \sim D(S) \cdot \tau_d \sim D_0(1 - S) \cdot \tau_0 \varphi^d. \tag{10.1}$$

Смещение за время τ_d:

$$\sigma(d) \sim \sqrt{D_0(1 - S) \cdot \tau_0} \cdot \varphi^{d/2} = \sqrt{D_0(1 - S) \cdot \tau_0} \cdot \varphi^{d \cdot H(0)}. \tag{10.2}$$

При $S > 0$ показатель меняется: $\varphi^{d/2} \to \varphi^{dH(S)}$, но множитель $\sqrt{D_0(1 - S)\tau_0}$ также уменьшается. Произведение действия и обратного смещения дает постоянную Планка.

X.3. Самосогласованность

При $d = 3$ и $S^* = 0{,}16968$ (вычисленном из π, φ и $d = 3$ [12]):

$$H^* = \frac{1 + 0{,}16968}{2} = 0{,}58484. \tag{10.3}$$

$$\varphi^{H^*} = 1{,}32502. \tag{10.4}$$

Это масштабный фактор смещения между уровнями $d = 3$ и $d = 4$ в нашей реальности. Заметим, что $\varphi^{0{,}585} \approx 1{,}325$ близко к $4/3 = 1{,}333$, что может указывать на дополнительную арифметическую связь.

XI. ДЕМАРКАЦИЯ

Утверждение	Статус
$d_H = 2$ для квантового пути	Доказано [3, 17]
MSD $\sim \tau^{2H}$ для фракционного БД	Определение [4]
$D(\eta) = D_0(1 - S)$	Формализм ODTOE [10, 4.4a]
$R_{d+1}/R_d = \varphi$, $\tau_{d+1}/\tau_d = \varphi$	Формализм ODTOE [11, VI.1; 12, IV.1]
$\sqrt{\lambda_x} \to \sqrt{\varphi}$ при $S \to 0$	Следует из ODTOE + теория БД

Утверждение	Статус
$\sqrt{\lambda_x} \to \varphi$ при $S \to 1$	Следует из ODTOE (детерминизм)
$H(S) = (1+S)/2$	Гипотеза; согласуется с обоими пределами; линейность — минимальное допущение
$\sqrt{\lambda_x}(S) = \varphi^{H(S)}$	Следует из $H(S)$ + тороидальная иерархия
$r(d,\, S)$ управляет режимом	Следует из анализа смещений
BEC подавляет фрактальность	Экспериментальный факт [19, 20]
Аномальная H в биоклетках	Экспериментальный факт [6, 7, 8, 9]
$H \approx 0{,}6$ на финансовых рынках	Эмпирический факт [25, 26]
Переход баллистический — диффузионный	Экспериментальный факт [18]

XII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ броуновского движения через формализм ODTOE выявил следующие результаты.

Первый. Экспонента Хёрста фракционного броуновского движения связана с когерентностью S формулой $H = (1+S)/2$. Два экспериментально подтвержденных предела ($H = 1/2$ при $S = 0$, $H = 1$ при $S = 1$) воспроизводятся. Числовая верификация на синтетических данных дала среднюю ошибку $0{,}55\,\%$.

Второй. Масштабный фактор смещения между соседними уровнями наблюдения равен φ^H: от $\sqrt{\varphi}$ при полной стохастике до φ при полном детерминизме. Золотое сечение выступает не произвольным выбором, а следствием тороидальной иерархии уровней, установленной ранее.

Третий. Спиральный зазор $(\pi - 3)^2$ приобретает шестую роль: он определяет параметр r — отношение направленного дрейфа к стохастике, управляющее переходом от фрактального (квантового) к гладкому (классическому) режиму. Параметр r растет с уровнем наблюдения d, количественно объясняя, почему микромир стохастичен, а макромир детерминирован.

Четвертый. Установлена связь с интегралом по путям Фейнмана: предел $S \to 0$ в ODTOE воспроизводит фрактальную структуру квантовых траекторий ($d_H = 2$). Переход Фейнман — Винер [21] является частным случаем перехода, управляемого когерентностью.

Пятый. Формула $H(S)$ объясняет наблюдаемое разнообразие экспонент Хёрста в биологических системах [6, 7, 8, 9] и финансовых рынках [25, 26] через единый параметр — когерентность S.

Для превращения этих результатов из согласованности в подтверждение ODTOE необходим эксперимент, в котором когерентность S измеряется независимо (через формулу 4.5), а экспонента Хёрста — через MSD, и оба значения сопоставляются с предсказанием $H = (1 + S)/2$.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Исследование выполнено без привлечения внешнего финансирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Einstein A. Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen // Annalen der Physik. — 1905. — Bd. 322, Nr. 8. — S. 549–560.

[2] Perrin J. Mouvement brownien et réalité moléculaire // Annales de Chimie et de Physique. — 1909. — Vol. 18. — P. 5–114.

[3] Abbott L. F., Wise M. B. Dimension of a Quantum-Mechanical Path // American Journal of Physics. — 1981. — Vol. 49, No. 1. — P. 37–39. — DOI: 10.1119/1.12657.

[4] Mandelbrot B. B., van Ness J. W. Fractional Brownian Motions, Fractional Noises and Applications // SIAM Review. — 1968. — Vol. 10, No. 4. — P. 422–437.

[5] Metzler R., Klafter J. The Random Walk's Guide to Anomalous Diffusion: A Fractional Dynamics Approach // Physics Reports. — 2000. — Vol. 339, No. 1. — P. 1–77. — DOI: 10.1016/S0370-1573(00)00070-3.

[6] Balcerek M. et al. Fractional Brownian Motion with Random Hurst Exponent: Accelerating Diffusion and Persistence Transitions // Chaos. — 2022. — Vol. 32, No. 9. — Art. 093114. — DOI: 10.1063/5.0101913.

[7] Jeon J.-H. et al. In Vivo Anomalous Diffusion and Weak Ergodicity Breaking of Lipid Granules // Physical Review Letters. — 2011. — Vol. 106, No. 4. — Art. 048103. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.048103.

[8] Weber S. C., Spakowitz A. J., Theriot J. A. Bacterial Chromosomal Loci Move Subdiffusively through a Viscoelastic Cytoplasm // Physical Review Letters. — 2010. — Vol. 104, No. 23. — Art. 238102.

[9] Makarava N. et al. Quantifying the Degree of Persistence in Random Amoeboid Motion Based on the Hurst Exponent of Fractional Brownian Motion // Physical Review E. — 2014. — Vol. 90, No. 4. — Art. 042703.

[10] Панкратов А. С. Наблюдатель-зависимая теория всего (ODTOE). — Препринт. — 2025. — 47 с.

[11] Панкратов А. С. Тороидальная топология реальности: вложенные φ-торы. — Препринт. — 2025.

[12] Панкратов А. С. Постоянная Планка из архитектуры наблюдения. — Препринт. — 2025.

[13] Davies R. B., Harte D. S. Tests for Hurst Effect // Biometrika. — 1987. — Vol. 74, No. 1. — P. 95–101.

[14] Панкратов А. С. Архитектура кванта: π, φ и спиральный зазор. — Препринт. — 2025.

[15] Панкратов А. С. Отношение масс протона и электрона из первых принципов ODTOE. — Препринт. — 2025.

[16] Панкратов А. С. Мерность наблюдателя и октавы реальности. — Препринт. — 2025.

[17] Kröger H. Fractal Geometry in Quantum Mechanics, Field Theory and Spin Systems // Physics Reports. — 2000. — Vol. 323, No. 2. — P. 81–181.

[18] Li T., Raizen M. G. Brownian Motion at Short Time Scales // Annalen der Physik. — 2013. — Vol. 525, No. 4. — P. 281–295. — DOI: 10.1002/andp.201200232.

[19] Ketterle W. Bose-Einstein Condensation // Physics World. — 1997. — Vol. 10, No. 12. — P. 25–30.

[20] Chen C. C. et al. Continuous Bose-Einstein Condensation // Nature. — 2022. — Vol. 606. — P. 683–687. — DOI: 10.1038/s41586-022-04731-z.

[21] arXiv:2602.00258. From Feynman-Vernon to Wiener Stochastic Path Integral. — 2025.

[22] Muñoz-Gil G. et al. Objective Comparison of Methods to Decode Anomalous Diffusion // Nature Communications. — 2021. — Vol. 12. — Art. 6253. — DOI: 10.1038/s41467-021-26320-w.

[23] Kramers H. A. Brownian Motion in a Field of Force and the Diffusion Model of Chemical Reactions // Physica. — 1940. — Vol. 7, No. 4. — P. 284–304. — DOI: 10.1016/S0031-8914(40)90098-2.

[24] Kubo R. The Fluctuation-Dissipation Theorem // Reports on Progress in Physics. — 1966. — Vol. 29, No. 1. — P. 255–284.

[25] Mandelbrot B. B. The Fractal Geometry of Nature. — New York: W. H. Freeman, 1982.

[26] Peters E. E. Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics. — New York: Wiley, 1994.

[27] Golding I., Cox E. C. Physical Nature of Bacterial Cytoplasm // Physical Review Letters. — 2006. — Vol. 96, No. 9. — Art. 098102. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.098102.

[28] Bronstein I. et al. Transient Anomalous Diffusion of Telomeres in the Nucleus of Mammalian Cells // Physical Review Letters. — 2009. — Vol. 103, No. 1. — Art. 018102.

[29] Tabei S. M. A. et al. Intracellular Transport of Insulin Granules Is a Subordinated Random Walk // Proceedings of the National Academy of Sciences. — 2013. — Vol. 110, No. 13. — P. 4911–4916. — DOI: 10.1073/pnas.1221962110.

[30] Diedrich F. et al. Observation of a Phase Transition of Stored Laser-Cooled Ions // Physical Review Letters. — 1987. — Vol. 59, No. 26. — P. 2931–2934.